H. Thonier
3 juin 2012

Semelle filante sous mur en béton ou en maçonnerie

Application numérique.

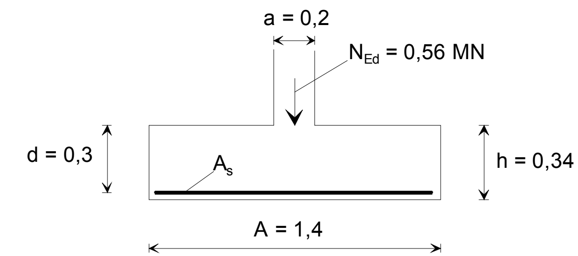
Le poids propre de la semelle est compensé par le poids des terres voisin q_0 (NF P94-261)

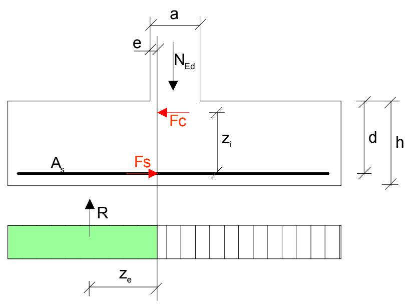
Contrainte du sol sous charge N_{Ed} : $\sigma_{gr} = \frac{N_{Ed}}{A} = \frac{0{,}56}{1{,}4} = 0{,}4$ MPa

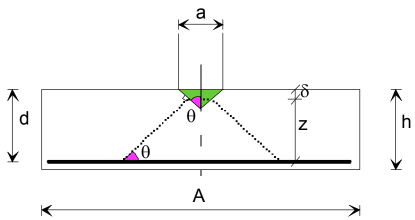
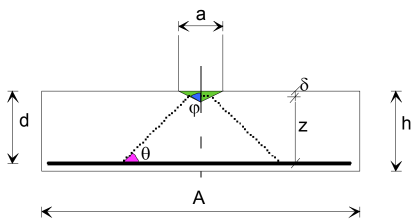
Le poids de la semelle n'intervient pas dans le calcul des armatures.

Bonne pratique : hauteur utile : $d \geq \frac{A-a}{4} = \frac{1{,}4-0{,}2}{4} = 0{,}3$ m → h = 0,3 + 0,03 + Ø/2 = 0,34 m

Béton : f_{ck} = 25 MPa
Acier B500A (ε_{uk} = 25 ‰ et k = 1,05)



Méthodes		Exposé des calculs	Application numérique
1 – Art. 9.8.2.2 de l'EC2 Par rapport au plan situé à e = 0,15a à l'intérieur du mur Eq. 9.13 de l'EC2 Pour info, variante acier à palier : A_s = 6,25 cm^2 (+4%) Pour info, si z = 0,9d et acier à palier : A_s = 6,75 cm^2 (+13 %) Les calculs sont faits pour un mètre de longueur de semelle		$R = p.(0{,}5A - 0{,}35a)$ $z_e = (0{,}5A - 0{,}35a)/2$ Moment $M_{Ed} = R.z_e = p.\frac{(A-0{,}7a)^2}{8}$ $\mu = \frac{M_{Ed}}{d^2.f_{cd}}$ Pour $f_{ck} \leq 50$ MPa : $\xi = 1{,}25\left(1-\sqrt{1-2\mu}\right)$ $\varepsilon_s = 3{,}5 \times \frac{1-\xi}{\xi} \leq 0{,}9\,\varepsilon_{uk}$ $\sigma_s = f_{yd}.\left(1+(k-1).\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}}\right)$ $z = d.(1-0{,}4\xi)$ $A_s = \frac{M_{Ed}}{z.\sigma_s}$	$p = \sigma_{gr} = 0{,}4$ MPa $M_{Ed} = 0{,}4 \times \frac{(1{,}4 - 0{,}7 \times 0{,}2)^2}{8} = 0{,}0794$ MNm $\mu = \frac{0{,}0794}{0{,}3^2 \times 16{,}7} = 0{,}0529 < 0{,}372$ ξ = 0,0679 ε_s = 48,1 ‰ limité à $0{,}9\varepsilon_{uk}$ = 22,5 ‰ (c lasse A) $\sigma_s = \frac{500}{1{,}15} \times \left(1+(1{,}05-1) \times \frac{22{,}5-2{,}174}{25-2{,}174}\right)$ σ_s = 454,1 MPa $z = 0{,}30 \times (1-0{,}4 \times 0{,}0679) = 0{,}2918$ m $A_s = \frac{0{,}0794 \times 10^4}{454{,}1 \times 0{,}2918} = 5{,}99$ cm^2

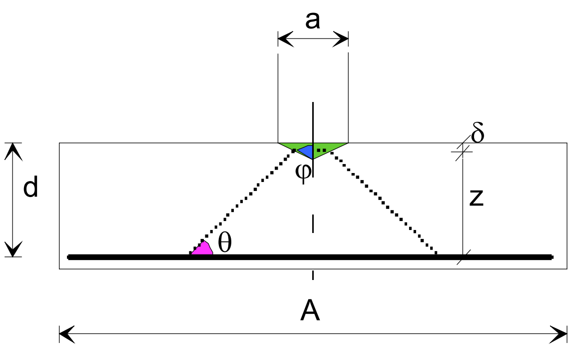
2 – Méthode des bielles hydrostatiques (EC2-§ 6.5.4) Les bielles sont perpendiculaires aux facettes du nœud supérieur. δ = demi-hauteur du nœud supérieur Ne pouvant pas connaître l'allongement de l'armature, on ne peut que prendre $\sigma_s = f_{yd}$		$\cot\theta = \frac{4\delta}{a} = \frac{A-a}{4z}$ Équation du 2^e degré en δ de racine $\delta = \frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{a.A}{16} + \frac{a^2}{16}}$ $A_s = \frac{N.\cot\theta}{2f_{yd}}$	$\delta = \frac{0,3}{2} - \sqrt{\frac{0,3^2}{4} - \frac{0,2\times1,4}{16} + \frac{0,2^2}{16}}$ $\delta = 0,0634$ m $\cot\theta = \frac{4\times0,0634}{0,2} = 1,268$ $A_s = \frac{0,56\times1,268\times10^4}{2\times435} = 8,16$ cm^2 (+36% !!)
3 – Méthode des bielles non hydrostatiques (EC2-§ 6.5.4) La hauteur 2δ du noeud supérieur est minimale → contrainte dans la bielle horizontale supérieure = f_{cd} Ne pouvant pas connaître l'allongement de l'armature, on ne peut que prendre $\sigma_s = f_{yd}$	 $\varphi \neq \theta$ Voir Annexe A $\sigma_{Rd,max} = (1-\frac{25}{250})\times\frac{25}{1,5} = 15$ MPa	$\delta = \frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{(A-a).N}{16f_{cd}}}$ $A_s = \frac{2\delta.f_{cd}}{f_{yd}}$ • Contrainte sur la facette inclinée du noeud supérieur : $\cot\theta = \frac{A-a}{4(d-\delta)}$ $\tan\varphi = \frac{a}{4\delta}$ $\omega = \varphi - \theta \geq 0$ $\sigma = \frac{N.\cos\omega.\sin\varphi}{a.\sin\theta}$ $\tau = \sigma.\tan\omega$ $\sigma_{max} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \leq \sigma_{Rd,max}$ • Contrainte dans la bielle inclinée : $\sigma_{max} \leq f_{cd}$ évident car $\nu' < 1$	$\delta = \frac{0,3}{2} - \sqrt{\frac{0,3^2}{4} - \frac{(1,4-0,2)\times0,56}{16\times16,7}} = 0,00863$ m $A_s = \frac{2\times0,00863\times16,7\times10^4}{435} = 6,63$ cm^2 (soit +11%) $\cot\theta = \frac{1,4-0,2}{4\times(0,3-0,00863)} = 1,0296 \rightarrow \theta = 44,17°$ $\tan\varphi = \frac{0,2}{4\times0,00863} = 5,794 \rightarrow \varphi = 80,20°$ $\omega = 80,20 - 44,17 = 36,04°$ $\sigma = \frac{0,56\times\cos(36,04)\times\sin(80,20)}{0,2\times\sin(44,17°)} = 3,20$ MPa $\tau = 3,20\times\tan(36,04) = 2,33$ MPa $\sigma_{max} = \frac{3,20}{2} + \sqrt{\frac{3,20^2}{4} + 2,33^2} = 4,43 < 15$ **OK** $\sigma_{max} = 4,43 < 15$ MPa **OK**

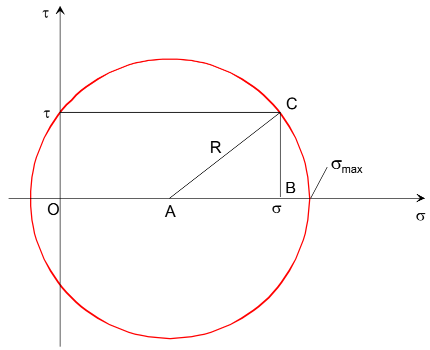
4 – Méthode des moments **Mur en maçonnerie**	Sous un mur en maçonnerie, le moment est calculé à l'axe et écrêté, ce qui revient à prendre le moment au quart de l'épaisseur du mur. Vérifier le % minimal : $\mathrm{Max}\left[0{,}26\,\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}\ ;\ 0{,}0013\right]$ $=\frac{0{,}26\times 2{,}6}{500}=0{,}00135$ $A_{s,min}=0{,}00135\times 0{,}3\times 10^4\ = 4{,}05\ \mathrm{cm}^2$	$M_{Ed}=p.\frac{(A-0{,}5a)^2}{8}$ $\mu=\frac{M_{Ed}}{d^2.f_{cd}}$ Pour $f_{ck}\leq 50$ MPa : $\xi=1{,}25\left(1-\sqrt{1-2\mu}\right)$ $\varepsilon_s=3{,}5\times\frac{1-\xi}{\xi}\leq 0{,}9\,\varepsilon_{uk}$ $\sigma_s=f_{yd}.\left(1+(k-1).\frac{\varepsilon_s-\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk}-\varepsilon_{s0}}\right)$ $z=d.(1-0{,}4\xi)$ $A_s=\frac{M_{Ed}}{z.\sigma_s}$	$M_{Ed}=0{,}4\times .\frac{(1{,}4-0{,}5\times 0{,}2)^2}{8}0{,}0845$ MNm $\mu=\frac{0{,}0845}{0{,}3^2\times 16{,}7}=0{,}05622<0{,}372$ $\xi=0{,}07237$ $\varepsilon_s = 44{,}9$ ‰ limité à $22{,}5$ ‰ $\sigma_s=\frac{500}{1{,}15}\times\left(1+(1{,}05-1)\times\frac{22{,}5-2{,}174}{25-2{,}174}\right)$ $= 454{,}1$ MPa $z = 0{,}2913$ m $A_s=\frac{0{,}0845\times 10^4}{454{,}1\times 0{,}2913}=6{,}39\ \mathrm{cm}^2 > 4{,}05$ **OK** (+7%)
5 – Méthode des moments **Mur en béton**	Sous un mur en béton, le moment est calculé au nu du mur (EC2 - § 5.3.2.2 (3)). Vérifier le % minimal : $\mathrm{Max}\left[0{,}26\,\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}\ ;\ 0{,}0013\right]$ $=\frac{0{,}26\times 2{,}6}{500}=0{,}00135$ $A_{s,min}=0{,}00135\times 0{,}3\times 10^4\ = 4{,}05\ \mathrm{cm}^2$	$M_{Ed}=p.\frac{(A-a)^2}{8}$ $\mu=\frac{M_{Ed}}{d^2.f_{cd}}$ Pour $f_{ck}\leq 50$ MPa : $\xi=1{,}25\left(1-\sqrt{1-2\mu}\right)$ $\varepsilon_s=3{,}5\times\frac{1-\xi}{\xi}\leq 0{,}9\,\varepsilon_{uk}$ $\sigma_s=f_{yd}.\left(1+(k-1).\frac{\varepsilon_s-\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk}-\varepsilon_{s0}}\right)$ $z=d.(1-0{,}4\xi)$ $A_s=\frac{M_{Ed}}{z.\sigma_s}$	$M_{Ed}=0{,}4\times .\frac{(1{,}4-0{,}2)^2}{8}=0{,}072$ MNm $\mu=\frac{0{,}072}{0{,}3^2\times 16{,}7}=0{,}0479<0{,}372$ $\xi=0{,}06139$ $\varepsilon_s = 53{,}5$ ‰ limité à $22{,}5$ ‰ $\sigma_s=\frac{500}{1{,}15}\times\left(1+(1{,}05-1)\times\frac{22{,}5-2{,}174}{25-2{,}174}\right)$ $= 454{,}1$ MPa $z = 0{,}2926$ m $A_s=\frac{0{,}072\times 10^4}{454{,}1\times 0{,}2926}=5{,}42\ \mathrm{cm}^2 > 4{,}05$ **OK** (-10%)
6 – Recommandations Professionnelles	Ne peuvent s'appliquer que si elles sont citées dans le marché et ainsi rendues contractuelles	$d\geq\frac{A-a}{4}$ $A_s=\frac{N_{Ed}.(A-a)}{8\,d.f_{yd}}$	$d\geq\frac{1{,}4-0{,}2}{4}=0{,}30$ m $A_s=\frac{0{,}56\times(1{,}4-0{,}2)\times 10^4}{8\times 0{,}346\times 435}=6{,}44\ \mathrm{cm}^2$ (+7%)

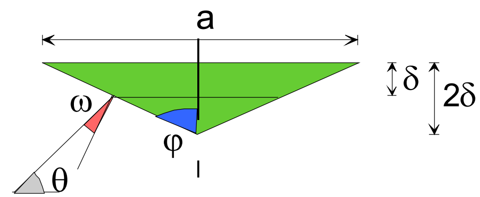
7 – Effort tranchant	Application de l'Art. 6.2.2 (6) en considérant une charge répartie p comme une somme de charges concentrées et en intégrant le cœfficient β de 0 à 2 d, on obtient l'équivalent d'un effort tranchant à l'abscisse 15d/16	Longueur de chargement $\lambda = 0{,}5(A-a) - \frac{15d}{16}$ $V_{Ed,red} = p.\lambda \le V_{Rd,c}$ $V_{Rd,c} = v_{min}.d$ avec $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ et $v_{min} = \frac{0{,}053}{\gamma_C}.k^{3/2}.f_{ck}^{1/2}$	$\lambda = 0{,}6 - 0{,}2811 = 0{,}319$ m $V_{Ed,red} = p.\lambda = 0{,}4 \times 0{,}319 = 0{,}1275$ MN $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{300}} = 1{,}816$ $v_{Rd,c} = \frac{0{,}053}{1{,}5} \times 1{,}816^{3/2} \times 5 = 0{,}4323$ MPa $V_{Rd,c} = 0{,}4323 \times 0{,}3 = 0{,}1297 > V_{Ed,red} = 0{,}1275$ **OK**
7 – Crochets ou non ? Pour les méthodes 1, 4 ou 5 Pour la méthode 6 (RP) : - toutes les barres sont avec crochets si $L_{bd} > A/4$ - toutes les barres sont droites sur toute la largeur si $A/8 < L_{bd} < A/4$ - sinon une barre sur 2 toute largeur, une barre sur 2 de longueur 0,75A (sans crochets)	Voir Annexe B Pour le résultat de la méthode 1, par exemple : $A_{s,rqd}$ = 5,99 cm^2/m Pour un choix en HA14, espacés de 257 mm, arrondi à 250 mm d'où $A_{s,prov}$ = 6,16 cm^2/m $\alpha_4 = 1 - 0{,}15 \times (c_d - \varnothing)/\varnothing \ge 0{,}7$ avec c_d = 30 mm	$\lambda = 0{,}5A - 0{,}35a$ α_4 = 0,7 si Ø ≤ 15 mm $L_{bd} = \alpha_1.\alpha_2.\alpha_3.\alpha_4.\alpha_5 \cdot \left(\frac{f_{yk} \cdot \gamma_C}{6{,}3 f_{ctm} \cdot \gamma_S}\right).\varnothing.\frac{A_{s,rqd}}{A_{s,prov}}$ <u>Variante en HA10</u> Espacement s = 131 mm arrondi à 130 mm d'où $A_{s,prov}$ = 6,04 cm^2/m	$\lambda = 0{,}5 \times 1{,}4 - 0{,}35 \times 0{,}2 = 0{,}63$ m $L_{bd} = 0{,}7 \times \left(\frac{500 \times 1{,}5}{6{,}3 \times 2{,}6 \times 1{,}15}\right) \times 14 \times \frac{5{,}99}{6{,}16} = 379$ mm $L_{bd} > \frac{\lambda}{2} = 315$ mm → crochets obligatoires <u>Variante en HA10</u> $L_{bd} = 0{,}7 \times \left(\frac{500 \times 1{,}5}{6{,}3 \times 2{,}6 \times 1{,}15}\right) \times 10 \times \frac{5{,}99}{6{,}04} = 276$ mm $L_{bd} < \frac{\lambda}{2} = 315$ mm mais > λ/4 = 158 mm Nous disposerons des barres droites sur toute la largeur de la semelle
8 – Armatures transversales		Pas de règle spécifique. Bonne construction : règle du 1/5.	Pour la méthode 1 : $\frac{A_s}{5} = \frac{5{,}99}{5} = 1{,}2$ cm2/m, soit 1,2 x 1,4 = 1,68 cm^2 pour 1,40 m de largeur → 5HA8, s = 320

Semelle filante	Possibilité d'utiliser un diagramme acier à droite inclinée	Mettre le % mini d'armatures longitudinales	Vérification du poinçonnement	Vérification du cisaillement	Vérification des contraintes des compression de bielles et des facettes de noeud	Possibilité de ne pas mettre de crochets
1 – **Art. 9.8.2.2 de l'EC2**	Oui	Non	Non	Non si $d \geq \frac{A-a}{4}$	Non	Oui
2 – Méthode des bielles hydrostatiques	Non	Non	Non	Non si $d \geq \frac{A-a}{4}$	Oui	Non
3 – Méthode des bielles non hydrostatiques	Non	Non	Non	Non si $d \geq \frac{A-a}{4}$	Oui	Non
4 – Méthode des moments Mur en maçonnerie	Oui	Oui	Non	Oui	Non	Oui
5 – Méthode des moments Mur en béton	Oui	Oui	Non	Oui	Non	Oui
6 – Méthode des Recommandations Professionnelles	Non	Non	Non	Non si $d \geq \frac{A-a}{4}$	Oui	Non

Annexe A - Noeuds non hydrostatiques







$$\omega = \varphi - \theta$$

$$\tan\varphi = \frac{a}{4\delta}$$

Soient C et T les efforts de compression horizontale dans le noeud et de traction dans les armatures inférieures.
La hauteur 2δ du nœud supérieur est déterminée par la contrainte de compression horizontale égale à f_{cd} : $C = T = 2\delta.f_{cd} = 0{,}5\,N.\cot\theta$

Or, on a : $\cot\theta = \dfrac{A-a}{4z} = \dfrac{2C}{N}$ et $\cot\theta = \dfrac{A-a}{4(d-\delta)} = \dfrac{4\delta.f_{cd}}{N}$ avec $z = d - \delta$

D'où $(A-a).N = 16\,\delta.(d-\delta).f_{cd}$, équation du 2^e degré en δ dont la racine vaut : $\delta = \dfrac{d}{2} - \sqrt{\dfrac{d^2}{4} - \dfrac{(A-a).N}{16 f_{cd}}}$

On en tire cotθ et θ. La bielle n'étant pas perpendiculaire à la facette du nœud supérieur, cette dernière est soumise à une compression normale σ et à un cisaillement τ. Ce dernier s'équilibre avec son symétrique et n'est pas à vérifier. La contrainte de compression normale limite σ_{lim} est diminuée du fait de la présence d'un cisaillement perpendiculaire (cercle de Mohr) : $\sigma_{max} = \dfrac{\sigma}{2} + \sqrt{\dfrac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$

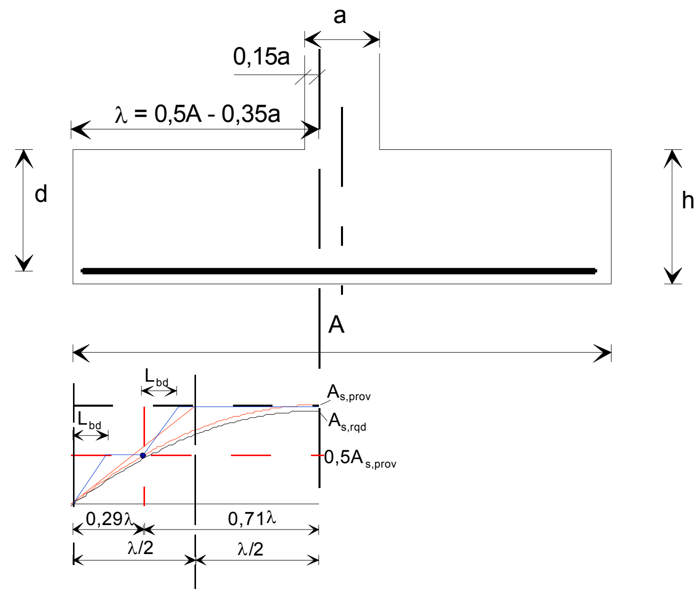
On doit vérifier pour le couple $(\sigma;\tau)$: $\sigma_{max} \leq \sigma_{Rd,max} = k_1.\nu'.f_{cd} = \left(1 - \dfrac{f_{ck}}{250}\right).\dfrac{f_{ck}}{\gamma_C}$

La longueur de la facette inclinée du nœud vaut : $a_0 = \dfrac{a}{2\sin\varphi}$.

L'effort de traction dans l'armature inférieur est donnée par : $T = 0{,}5\,N.\cot\theta$

L'effort de compression dans la bielle inclinée : $F = \dfrac{T}{\cos\theta} = \dfrac{N}{2\sin\theta}$ et la contrainte normale de compression de la facette du nœud : $\sigma = \dfrac{F.\cos\omega}{a_0} = \dfrac{N.\cos\omega.\sin\varphi}{a.\sin\theta}$ et le cisaillement : $\tau = \sigma.\tan\omega$.

ANNEXE B – CROCHETS OU BARRES DROITES



Longueur d'ancrage : $L_{bd} = \alpha_1.\alpha_2.\alpha_3.\alpha_4.\alpha_5.\left(\frac{f_{yk}.\gamma_C}{6{,}3 f_{ctm}.\gamma_S}\right).\varnothing.\frac{A_{s,rqd}}{A_{s,prov}}$

Pour une section d'armatures nécessaire $A_{s,rqd}$ et une section mise en place $A_{s,prov}$.

avec $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 1$ et $\alpha_2 = 1 - 0{,}15\frac{c_{nom}}{\varnothing} \geq 0{,}7$

Posons $\lambda = 0{,}5A - 0{,}35a$

- Si $L_{bd} < \frac{\lambda}{4}$ → possibilité de disposer les armatures par moitié en barres droites de longueur $L = 0{,}5A\sqrt{2} + (0{,}7 - 0{,}35\sqrt{2}).a = 0{,}71A + 0{,}21a$ et l'autre moitié en longueur A ou bien encore des barres droites de longueur 0,86A + 0,10a alternées et décalées (en réalité, il faut retrancher un enrobage d'extrémité au moins égal à c_{nom}[1]).
- Si $L_{bd} > \frac{\lambda}{2}$ → barres avec crochets aux deux extrémités avec un mandrin de cintrage de diamètre 4Ø et une longueur droite après courbure de 5Ø.
- Si $\frac{\lambda}{4} < L_{bd} < \frac{\lambda}{2}$ → on dispose de barres droites sans crochets sur toute la largeur de la semelle

Pour un béton coulé sur béton de propreté avec un enrobage au nu de 30 mm

Ø	8	10	12	14	16	20	25	32
α_2	0,7	0,7	0,7	0,7	0,72	0,78	0,82	0,86

Pour les Recommandations Professionnelles

- si L_{bd} > A/4 : « il est nécessaire de prévoir des crochets d'ancrage pour la totalité des barres »
- si A/8 < L_{bd} ≤ A/4 : « on peut prévoir que toutes les barres sont droites donc sans crochets d'ancrage »
- si L_{bd} ≤ A/8 : « « on peut prévoir que la moitié des barres est sans crochets d'ancrage et couvre toute la, largeur de la semelle (soit A) et que l'autre moitié des barres est sans crochets d'ancrage et couvre une longueur de 0,75A axée »

[1] Il est rappelé que c_{nom} est égal à 30 mm pour des faces de semelles coulées au contact d'un autre béton (de propreté par exemple) et 65 mm pour un béton coulé contre la terre