

**POINÇONNEMENT DES DALLES
SUR POTEAUX RECTANGULAIRES
DIMENSIONNEMENT ET FERRAILLAGE**

Eurocode 2-1-1 – Art. 6.4 et 9.4

Sommaire

1	Notations
2	Détermination de l'effort tranchant de calcul
3	Dimensionnement
4	Poteau rectangulaire intérieur - Vérifications, armatures et chapiteaux éventuels
5	Poteau rectangulaire intérieur – Ferrailage
6	Poteau intérieur - Cas des poteaux rectangulaires allongés ou de voiles courts
7	Poteau rectangulaire intérieur - Exemple numérique
8	Poteaux rectangulaires de rive
9	Poteaux rectangulaires d'angle
10	Ouvertures dans la dalle
11	Calcul du coefficient β de majoration de l'effort de poinçonnement V_{Ed}
12	Poteaux circulaires
13	Exemple de poteau d'angle avec trémie
Annexe A	Coefficient de majoration des réactions d'appuis dû à la continuité
Annexe B	Calcul du paramètre W_1

1 - Notations

c_1	largeur du poteau rectangulaire suivant Oy ($c_1 \geq c_2$)
c_2	largeur du poteau rectangulaire suivant Oz ($c_2 \leq c_1$)
c_3	débord de la dalle de rive ou d'angle, // Oy à partir de l'axe du poteau
c_4	débord de la dalle de rive ou d'angle, // Oz à partir de l'axe du poteau
d	hauteur utile moyenne de la dalle = $0,5 (d_y + d_z)$
d_y	hauteur utile des armatures // Oy
d_z	hauteur utile des armatures // Oz
f_{ck}	résistance caractéristique du béton
f_{yk}	limite élastique de l'acier
$\beta \cdot V_{Ed}$	charge de poinçonnement de calcul
β	coefficient de majoration dû à l'excentricité de la charge
γ_C	coefficient de sécurité sur le béton
γ_S	coefficient de sécurité sur l'acier
A_{sy}	section des armatures longitudinales // Oy sur une largeur $c_2 + 6d$
A_{sz}	section des armatures longitudinales // Oz sur une largeur $c_1 + 6d$
A_{sy0}	section des armatures longitudinales // Oy par unité de largeur : $A_{sy0} = A_{sy} / (c_2 + 6d)$
A_{sz0}	section des armatures longitudinales // Oz par unité de largeur : $A_{sz0} = A_{sz} / (c_1 + 6d)$
A_{sw}	aire des armatures de poinçonnement sur un cours périmétrique autour du poteau
s_r	espacement radial des cours d'armatures
s_t	espacement des armatures sur un cours périmétrique

2 - Détermination de l'effort tranchant de calcul

La charge totale ELU V_{Ed} de poinçonnement reprise par le poteau doit tenir compte de la réaction de continuité éventuelle.

A défaut de calcul plus précis, on peut admettre une majoration forfaitaire des charges pour les poteaux voisins de rive par application du paragraphe 5.1.3 (2)P NOTE de NF EN 992-1-1/NA [1] et §5.1.3 (1)P NOTE des Recommandations Professionnelles [2].

Pour des dalles continues d'au moins trois travées, la majoration est au maximum de 10 % pour un appui voisin de rive. Cependant, elle ne se cumule pas pour un appui qui est voisin de rive dans les deux directions, (voir Annexe A).

Conformément à l'Eurocode 2, il doit être tenu compte de la présence d'un moment d'encastrement du poteau dans la dalle qui génère une majoration (coefficient β) des contraintes de cisaillement (Fig. 6.19 de l'Eurocode 2), même si ce moment est négligé dans le calcul de flexion de la dalle ou du flambement du poteau.

L'Eurocode 2 [1] donne des formules de calcul du coefficient de majoration β à prendre en compte dans un certain nombre de cas de figure (§ 6.4.3) (voir en 11 ci-dessous et la Feuille Excel N° 130 [7]).

3 – Dimensionnement

Les dimensions du poteau sont déterminées pour satisfaire les conditions de force portante compte tenu du flambement. L'épaisseur de la dalle est déterminée pour satisfaire les conditions de flèches limites et de résistance à la flexion.

Ces dimensions peuvent être augmentées pour satisfaire les conditions de cisaillement dû au poinçonnement, avec création éventuelle de chapiteaux et nécessité ou non de disposer d'un ferrailage vertical autour des poteaux.

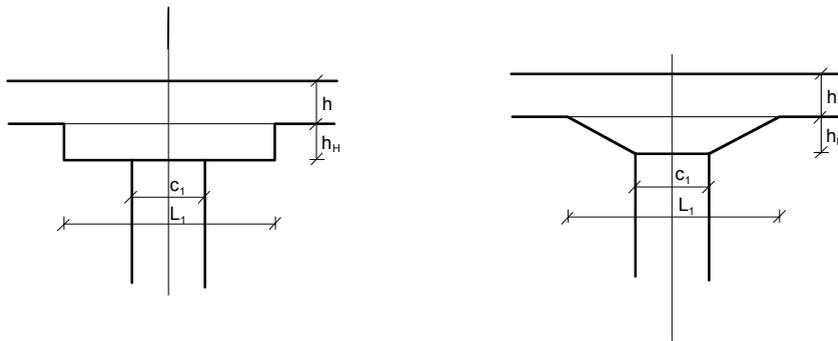


Fig. 1 – Types de chapiteaux : rectangulaires ou tronconiques

Des barres relevées, d'usage peu courant en France, peuvent aussi être utilisées.

Pour les dalles précontraintes par post-tension, la composante verticale $P \cdot \sin \alpha$ de l'effort de traction des câbles situés à moins de $0,5d$ du nu du poteau peuvent être prise en diminution de l'effort V_{Ed} .

On peut choisir de créer des chapiteaux ou d'augmenter leurs dimensions pour éviter d'avoir à mettre en place un ferrailage vertical.

Le ferrailage éventuel peut consister en épingles (ou étriers) disposés en rayons et disposés sur des cours périmétriques suivant la Fig. 6.22A de l'Eurocode 2. Il existe également sur le marché des dispositifs préfabriqués (Halphen, LinkStudPSR, ...) constitués de rails avec goujons-connecteurs [4].

Une autre disposition du ferrailage peut consister en quatre bandes d'épingles (ou de connecteurs) disposés en croix suivant la Fig. 6.22B de l'Eurocode 2.

On notera que cette disposition de ferrailage ne permet pas de reprendre des efforts importants. En effet, le périmètre nécessaire u_{out} de l'équation (6.54) de l'Eurocode 2 augmente proportionnellement à l'effort $\beta \cdot V_{Ed}$ alors que le périmètre de la figure 6.22B est constant quel que soit le nombre de cours d'armature parallèle aux côtés du poteau (Voir Fig. 5B ci-après).

On doit procéder à des vérifications de contraintes :

- au droit du poteau avec un périmètre u_0 où le cisaillement agissant $v_0 = (\beta \cdot V_{Ed}) / (u_0 \cdot d)$ ne doit pas excéder¹ $v_{Rd,max} = 0,4 v \cdot f_{cd}$
- à une distance $2d$ du poteau avec un périmètre u_1 , dit contour de contrôle de référence, où le cisaillement agissant $v_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$ ne doit pas excéder

$$v_{Rd,c} = \text{Max} \left[\frac{0,18}{\gamma_C} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} ; 0,035 k^{1,5} \cdot f_{ck}^{0,5} \right].$$

Nous étudierons successivement les poteaux rectangulaires intérieurs, de rive, d'angle et les poteaux circulaires (intérieurs, de rive et d'angle).

4 – Poteau rectangulaire intérieur - Vérifications, armatures et chapiteaux éventuels

$$\rho_{ly} = \frac{A_{sy0}}{d_y} = \frac{A_{sy}}{d_y \cdot (c_2 + 3d)}$$

$$\rho_{lz} = \frac{A_{sz0}}{d_z} = \frac{A_{sz}}{d_z \cdot (c_1 + 3d)}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}}$$

$$d = 0,5(d_y + d_z)$$

$$u_0 = 2(c_1 + c_2)$$

$$u_1 = u_0 + 4\pi \cdot d$$

$$v_0 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$$

$$v_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

$$v_{Rd,max} = 0,4 v \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$f_{ywd,ef} = 250(1 + d) \leq f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} \quad (d \text{ en m})$$

A) - Calcul de $v_{Rd,c}$ pour une hauteur utile d

$$k = 1 + \left(\frac{0,2}{d} \right)^{0,5} \leq 2 \quad (d \text{ en m})$$

$$\rho_l = \sqrt{A_{sy0} \cdot A_{sz0}} / d \quad \text{avec} \quad d = 0,5(d_y + d_z) \approx \sqrt{d_y \cdot d_z}$$

$$v_{Rd,c} = \text{Max} \left[\frac{0,18}{\gamma_C} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} ; 0,035 k^{1,5} \cdot f_{ck}^{0,5} \right]$$

B) – Calcul de r_{cont} , rayon du contour de contrôle de référence, pour un débord de chapiteau δ identique sur les 4 faces du poteau et une hauteur utile d

$$r_{cont} = \text{Min} \left[0,56 \sqrt{(c_1 + 2\delta) \cdot (c_2 + 2\delta)} ; 0,69(c_2 + 2\delta) \right] + 2d \quad (c_1 \geq c_2)$$

¹ Le coefficient 0,5 a été modifié en 0,4 par le Corrigendum n° 2 de l'Eurocode 2. Voir le site www.egfbtp.com, rubrique documentation technique et économique, Eurocode 2 – interprétations et décisions de la commission EC2

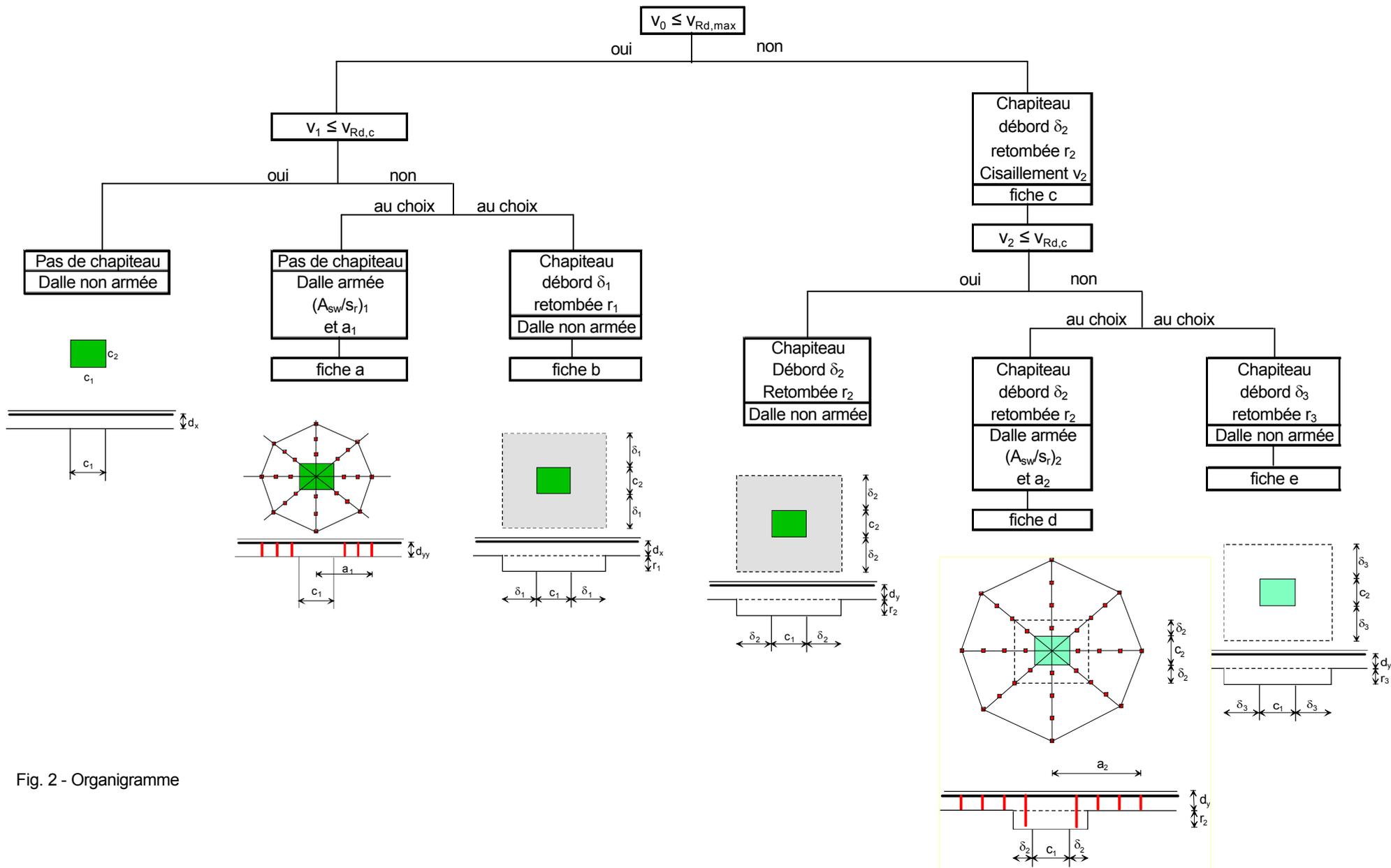


Fig. 2 - Organigramme

Fiche a

$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot v_{Rd,c}}$: contour limite au-delà duquel les armatures de poinçonnement ne sont plus nécessaires

$\left(\frac{A_{sw}}{s_r} \right)_1 = \frac{(v_1 - 0,75 v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 f_{ywd,ef}}$: section d'un cours d'armatures nécessaires divisé par la distance entre deux cours périphériques

$a_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{2 \pi \cdot d \cdot v_{Rd,c}} - 1,5 d$: distance au centre du poteau de l'armature nécessaire la plus éloignée

Fiche b

Vérifications

Contour u'_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = 2 \pi \cdot r_{cont} \cdot d \cdot v_{Rd,c}$

Contour u_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = (u_0 + 4 \pi \cdot d_1) \cdot d_1 \cdot v_{Rd,c1}$

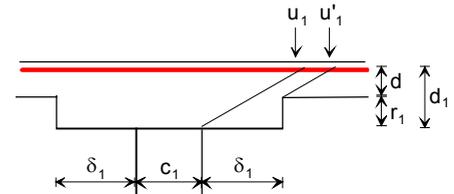


Fig. 3

Débord δ_1 tel que²

$$\text{Min} \left[0,56 \sqrt{(c_1 + 2 \delta_1) \cdot (c_2 + 2 \delta_1)} ; 0,69 (c_2 + 2 \delta_1) \right] = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{2 \pi \cdot d \cdot v_{Rd,c}} - 2 d$$

Retombée r_1 telle que : $\beta \cdot V_{Ed} = (u_0 + 4 \pi \cdot (d + r_1)) \cdot (d + r_1) \cdot v_{Rd,c1}$

$v_{Rd,c1}$ est calculé suivant le A) ci-dessus en remplaçant d par d_1

Dimensions du chapiteau : $(c_1 + 2 \delta_1) \times (c_2 + 2 \delta_1) \times r_1$

Fiche c

Vérifications

Contour u_0 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = u_0 \cdot d_2 \cdot v_{Rd,max}$

Contour u'_0 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = u'_0 \cdot d \cdot v_{Rd,max}$

Contour u'_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = 2 \pi \cdot r_{cont} \cdot d \cdot v_{Rd,c}$ avec $u'_1 = 2 \pi \cdot r_{cont}$

Contour u_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = (u_0 + 4 \pi \cdot d_1) \cdot d_1 \cdot v_{Rd,c1}$ avec $u_1 = u_0 + 4 \pi \cdot d$

$$u'_0 = u_0 + 8 \delta_2$$

$$\text{Débord} : \delta_2 = \frac{1}{8} \cdot \left[\frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot v_{Rd,max}} - u_0 \right]$$

$$\text{Retombée} : r_2 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot v_{Rd,max}} - d$$

$$r_{cont2} = \text{Min} \left[0,56 \sqrt{(c_1 + 2 \delta_2) \cdot (c_2 + 2 \delta_2)} ; 0,69 (c_2 + 2 \delta_2) \right] + 2 d$$

$$u_2 = 2 \pi \cdot r_{cont2}$$

$$v_2 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_2 \cdot d}$$

Dimensions du chapiteau : $(c_1 + 2 \delta_2) \times (c_2 + 2 \delta_2) \times r_2$

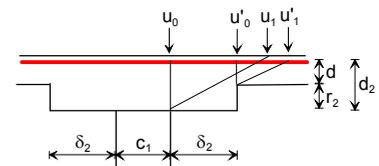


Fig. 4

Fiche d

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot v_{Rd,c}}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r} \right)_2 = \frac{(v_1 - 0,75 v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 f_{ywd,ef}}$$

² $(1/\pi)^{0,5} = 0,564$ et $(1,5/\pi)^{0,5} = 0,691$. Recherche d'un cercle de même surface que le chapiteau et pour un chapiteau rectangulaire de surface 1,5 celle du chapiteau.

$$a_2 = \frac{u_{out}}{2\pi} - 1,5d$$

Fiche e

Vérifications

Contour u_3 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = u_3 \cdot d \cdot v_{Rd,c1}$ avec $u_3 = 2\pi \cdot r_{cont3}$

$$u_3 = 2\pi \cdot r_{cont3}$$

Débord δ_3 tel que

$$\text{Min}\left[0,56 \sqrt{(c_1 + 2\delta_3) \cdot (c_2 + 2\delta_3)} ; 0,69(c_2 + 2\delta_3)\right] = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{2\pi \cdot d \cdot v_{Rd,c}} - 2d$$

Retombée : $r_3 = 0,5\delta_3$

Dimensions du chapiteau: $(c_1 + 2\delta_3) \times (c_2 + 2\delta_3) \times r_3$

Voir la feuille Excel N° 133.

5 - Poteau rectangulaire intérieur – Ferrailage

Le ferrailage peut être constitué de cours périmétriques (A) ou de bandes en croix (B) suivant la Fig. 6.22 de l'EC2 reproduite ci-dessous.

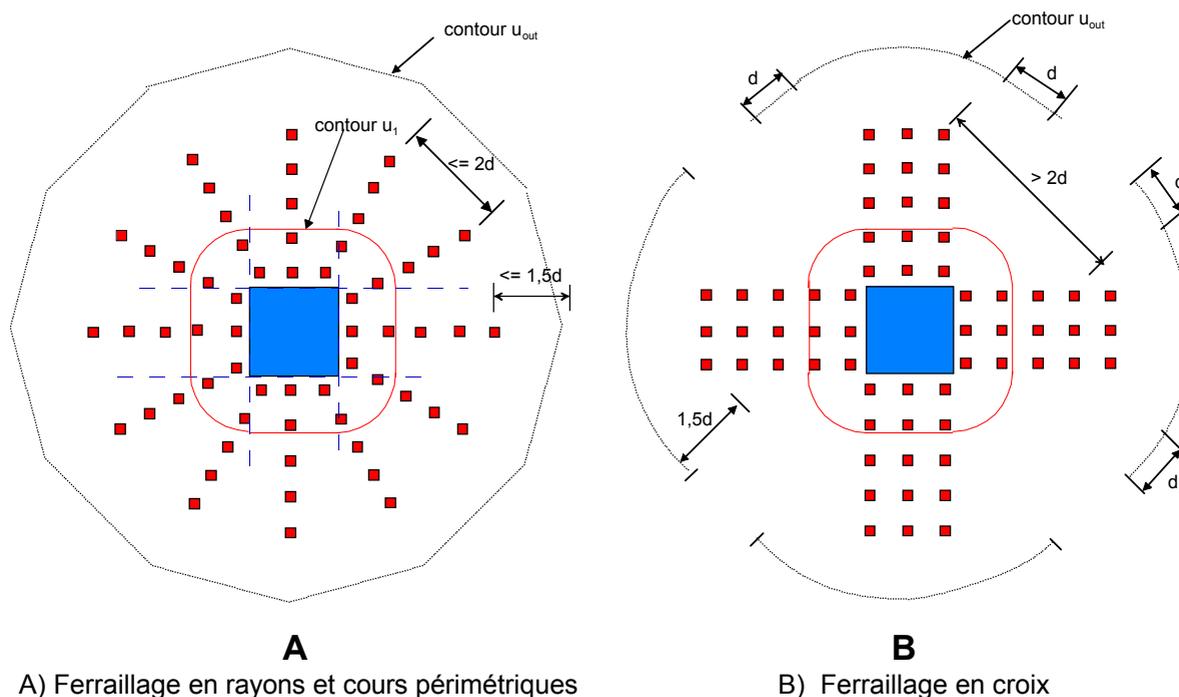


Fig. 5 - Fig. 6.22 de NF EN 1992-1-1

Distances maximales :

- entre armatures d'un même cours à l'extérieur du contour de contrôle de référence (situé à $2d$ du nu du poteau) : $2d$
- entre armatures d'un même cours à l'intérieur du contour de contrôle de référence (situé à $2d$ du nu du poteau) : $1,5d$
- entre le dernier cours d'armatures et le contour extérieur limite u_{out} : $1,5d$

Distance du premier cours d'armatures au nu du poteau : compris entre $0,3d$ et $0,5d$.

Distance maximale entre deux cours périmétriques d'armatures : $0,75d$.

Choix du schéma A ou B

Pour le schéma B, comme on peut le voir sur la figure 5B, la longueur du contour extérieur u_{out} est limitée par la condition de débord maximal de d . Ce qui limite l'utilisation de cette disposition de ferrailage à des cisaillements peu élevés.

Nombre de rayons (n_t) et nombre de cours périmétriques (n_r)

Le contour u_{out} est un contour polygonal (Fig. 5A) inscrit dans un cercle de rayon u_{out} . On admettra, pour simplifier les calculs, de prendre le périmètre du cercle à la place du périmètre du polygone.

L'erreur ainsi commise est faible : $1 - \frac{n_t}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n_t}\right)$

en fonction du nombre de rayons n_t .

n_t	différence
8	2,6%
12	1,1%
16	0,6%
20	0,4%
24	0,3%
28	0,2%

- nombre de rayons (n_t = nombre d'armatures par cours périmétriques) : entier supérieur de $\frac{u_{out} - 3\pi d}{2d}$

- nombre de cours périmétriques (n_r = nombre d'armatures par rayon) : entier supérieur de

$$\frac{r_{out} - 0,5c_2 - 1,5d - 0,5d}{0,75d} + 1 \text{ en supposant } c_2 \leq c_1 \text{ et un premier cours périmétrique situé à } 0,5d \text{ du nu}$$

$$\text{du poteau et avec } r_{out} = \frac{u_{out}}{2\pi}$$

Le premier cours périmétrique est parallèle aux côtés du poteau à une distance comprise entre $0,3d$ et $0,5d$. Pour des raisons d'économie, on retiendra $0,5d$.

Le dernier cours est un polygone régulier de rayon $r_{out} - 1,5d$.

Les cours intermédiaires seront répartis uniformément entre les deux cours extrêmes de sorte que sur un même rayon, les espacements s_r soient identiques.

Comme $c_2 \leq c_1$, le plus grand espacement s_r est obtenu pour le rayon parallèle au petit côté, la section

$$\text{maximale d'une armature } A_{sw0} \text{ est obtenue par } A_{sw0} = \left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right) \cdot \frac{s_r}{n_r} \text{ avec } s_r = \frac{r_{out} - 0,5c_2 - 1,5d - 0,5d}{n_r - 1}.$$

On en déduit le diamètre et le choix épingle ou étrier nécessaires.

On vérifie ensuite que pour les cours d'armatures situés à l'intérieur³ du contour de contrôle de référence u_1 (situé à une distance $2d$ des nus du poteau), les espacements le long de ces cours sont inférieurs à $1,5d$.

6 – Poteau intérieur - Cas des poteaux rectangulaires allongés ou des voiles courts

Si le poteau a des longueurs de côtés nettement différentes, le premier contour sera allongé et le dernier est circulaire (cercle assimilé au polygone régulier) : Fig. 6A.

De plus les espacements transversaux s_r seront très irréguliers.

³ Nous ne prendrons en compte que les cours d'armatures entièrement à l'intérieur du contour de référence et non ceux dont certaines armatures sont à l'extérieur.

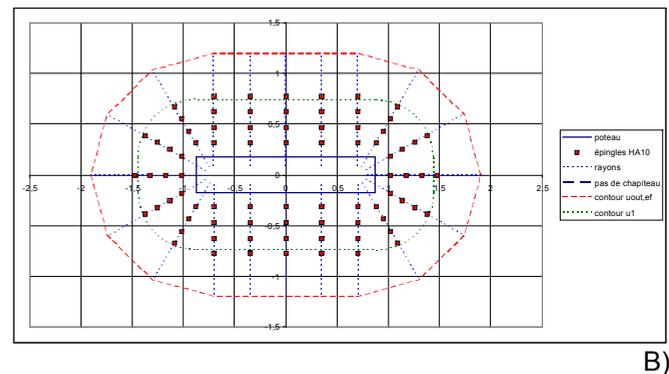
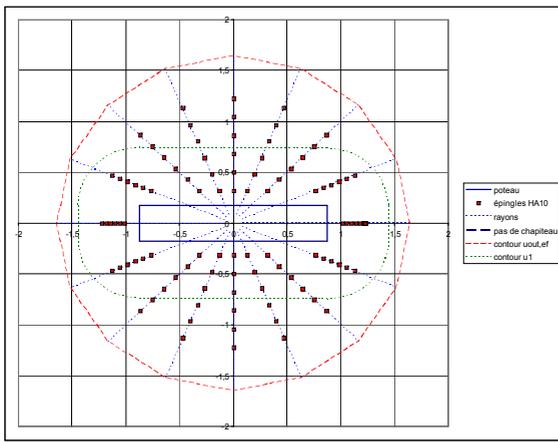


Fig. 6 – Deux types de contour périmétrique

Il est préférable (et plus économique) de considérer un contour extérieur rectiligne parallèle aux grands côtés du poteau pour la partie centrale de ces côtés. Pour cela, on peut considérer les deux centres des demi-cercles situés aux abscisses $\pm 0,5(c_1 - c_2)$ Fig. 6B) [4].

On peut retenir le schéma A) pour $c_1 < c_2 + d$ par exemple.

7 – Poteau rectangulaire intérieur - Exemple numérique

a) Données

Plancher-dalle de trame 8 m x 10 m

Poteau voisin de rive du grand côté et intérieur pour l'autre direction :

$$c_2 = 0,35 \text{ m et } c_1 = 0,50 \text{ m}$$

Épaisseur de la dalle : $h = 0,32 \text{ m}$

Béton $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Acier $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Charge d'exploitation : $q = 2,5 \text{ kN/m}^2$

Armatures longitudinales :

- supérieures // Oy : HA16, $s = 0,15 \text{ m}$

- supérieures // Oz : HA14, $s = 0,15 \text{ m}$

Classe d'environnement XC1

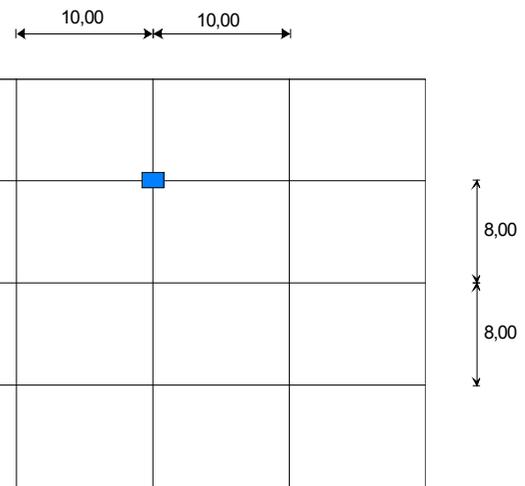


Fig. 7

b) Résultats intermédiaires

Charge de calcul ELU : $p = 1,35 \times 25h + 1,5q = 1,35 \times 25 \times 0,32 + 1,5 \times 2,5 = 14,55 \text{ kN/m}^2$

Enrobage $c_{nom} = c_{min} + \Delta C_{dev}$ de la classe S3 (moins une classe pour une dalle) = $10 + 10 = 20 \text{ mm}$

Hauteurs utiles : $d_y = h - c_{nom} - \varnothing_y/2 = 320 - 20 - 16/2 = 292 \text{ mm}$

et $d_z = d_y - \varnothing_y/2 - \varnothing_z/2 = 292 - 16/2 - 14/2 = 277 \text{ mm}$

hauteur utile moyenne : $(292 + 277) / 2 = 284,5 \text{ mm}$

Majoration de l'effort dû à l'excentricité de la charge. Le rapport des longueurs des travées de 8 m dans une direction et 10 m dans l'autre ne différant pas plus de 25 %, on peut prendre la valeur forfaitaire $\beta = 1,15$ pour un appui intérieur.

Majoration pour continuité dans une direction (voir Annexe A), avec ℓ = petite portée = 8 m et $L = 10 \text{ m}$:

$$\beta \cdot V_{Ed} = \beta \cdot p \cdot \left[\mu \cdot \frac{\ell^2}{2} + \left(L \cdot \ell - \frac{\ell^2}{2} \right) \right] = 1,15 \times 14,55 \times \left[1,10 \times \frac{8^2}{2} + \left(10 \times 8 - \frac{8^2}{2} \right) \right] = 1\,392 \text{ kN} = 1,392 \text{ MN}$$

Pour une charge isostatique $14,55 \times 8 \times 10 \times 1,15 = 1\,339 \text{ kN}$, soit un coefficient majorateur de $1\,392 / 1\,339 = 1,04$ au lieu de $\mu = 1,10$.

Contrainte limite ne nécessitant pas d'armatures :

$$k = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{0,2845}} = 1,838 < 2$$

$$\rho_{ly} = \frac{A_{sy}}{d_y \cdot s_y} = \frac{2,01 \times 10^{-4}}{0,292 \times 0,15} = 0,00459$$

$$\rho_{lz} = \frac{A_{sz}}{d_z \cdot s_z} = \frac{1,54 \times 10^{-4}}{0,277 \times 0,15} = 0,00371$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} = \sqrt{0,00459 \times 0,00371} = 0,00413$$

$$v_{Rd,c} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} = \frac{0,18}{1,5} \times 1,838 \times (0,413 \times 30)^{1/3} = 0,51 \text{ MPa}$$

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \times 1,838^{1,5} \times 30^{0,5} = 0,478 \text{ MPa} < 0,51$$

c) Dimensionnement et section d'armatures nécessaires

- Au nu du poteau : $u_0 = 2(c_1 + c_2) = 2 \times (0,35 + 0,50) = 1,70 \text{ m}$

$$v_0 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot u_0} = \frac{1,392}{0,2845 \times 1,7} = 2,88 \text{ MPa} < v_{Rd,max} = 0,4 \times 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,4 \times 0,6 \times \left(1 - \frac{30}{250}\right) \times \frac{30}{1,5} = 5,51 \text{ MPa OK}$$

- Au contour de contrôle de référence :

$$u_1 = u_0 + 4\pi \cdot d = 1,7 + 4 \times \pi \times 0,2845 = 5,275 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot u_1} = \frac{1,392}{0,2845 \times 5,275} = 0,93 > 0,407 \text{ MPa} \rightarrow \text{ferraillage ou bien chapiteau}$$

$$f_{ywd,ef} = 250(1 + d) = 250 \times (1 + 0,2845) = 321 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right) = \frac{(v_1 - 0,75 v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 f_{ywd,ef}} = \frac{(0,93 - 0,75 \times 0,51) \times 5,275 \times 10^4}{1,5 \times 321} = 59,98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot v_{Rd,c}} = \frac{1,392}{0,2845 \times 0,51} = 9,594 \text{ m.}$$

$$r_{out} = \frac{u_{out}}{2\pi} = \frac{9,594}{2 \times \pi} = 1,527 \text{ m}$$

d) Ferraillage

. *Nombre de rayons* : $n_t = \frac{u_{out} - 3\pi \cdot d}{2d} = \frac{9,594 - 3 \times \pi \times 0,2845}{2 \times 0,2845} = 12,2$

n_t arrondi à $n_t = 13$. Par raison de symétrie on pourrait prendre un multiple de 4, c'est-à-dire 16, ce qui n'est pas très économique.

Espacement maximal des armatures sur le cours extrême :

$$s_t = \frac{u_{out} - 3\pi \cdot d}{n_t} = \frac{9,594 - 3 \times \pi \times 0,2845}{13} = 0,532 = 1,87 d < 2 d \text{ OK}$$

Nombre de cours périmétriques : $n_r = \frac{r_{out} - 0,5c_2 - 1,5d - 0,5d}{0,75d} + 1 = \frac{1,527 - 0,5 \times 0,35 - 2 \times 0,2845}{0,75 \times 0,2845} + 1 = 4,7$

arrondi à $n_r = 5$

. *Espacement maximal des cours*, perpendiculairement au grand côté :

$$s_r = \frac{r_{out} - c_2/2 - 1,5d - 0,5d}{n_r - 1} = \frac{1,527 - 0,35/2 - 2 \times 0,2845}{5 - 1} = 0,196 \text{ m} = 0,69 d < 0,75 d \text{ OK}$$

La vérification de l'espacement maximal des armatures des cours situé à l'intérieur du contour de référence (situé à une distance $2d$ du nu du poteau) est délicate. Le programme N° 104 (Fig. 8) montre que les 3 premiers contours sont à l'intérieur du contour de contrôle de référence (dessin de la page 4 de la feuille

Excel) et que le 3^e cours a un espacement maximal de $1,28d < 1,5d$ (tableau à droite de la page 2). C'est donc vérifié.

Le schéma de ferrailage est représenté sur la Fig. 8.

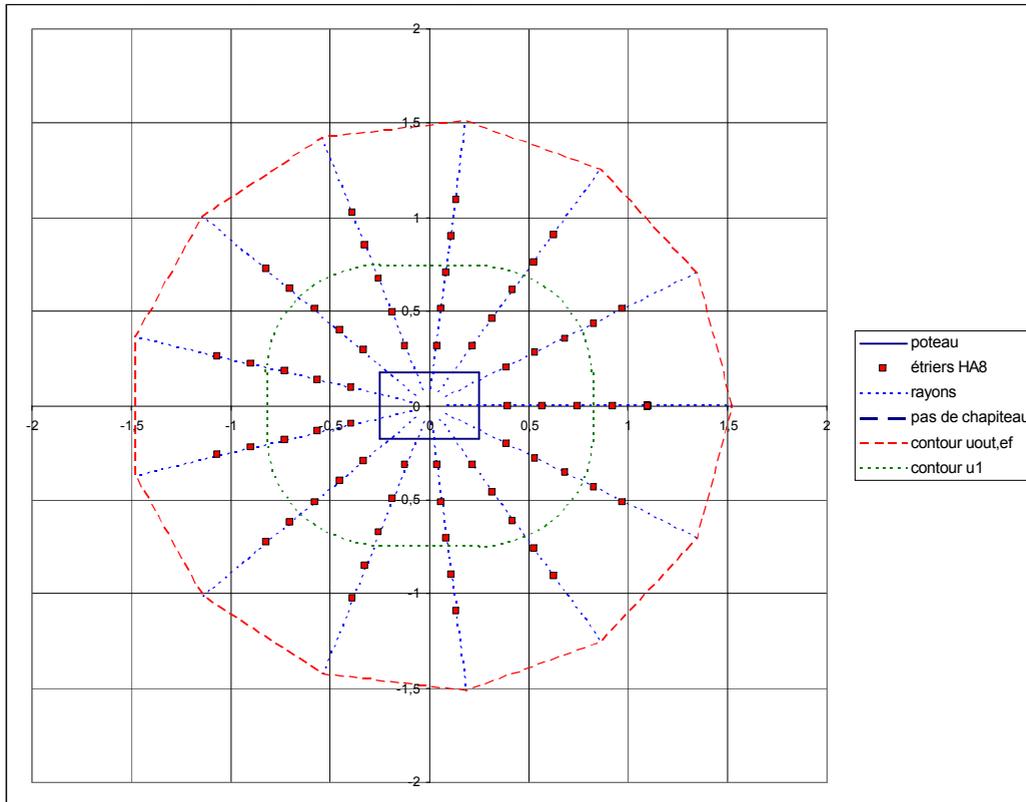


Fig. 8 – Schéma de ferrailage de poinçonnement

On peut éviter de mettre des armatures en disposant d'un chapiteau qui sera dimensionné tel que la contrainte de cisaillement sur le contour de contrôle de référence extérieur au chapiteau ne dépasse pas $v_{Rd,c}$ (ce qui permet de déterminer le débord δ_1) et que le contour de contrôle de référence du poteau ne dépasse pas $v_{Rd,c1}$, sachant que $v_{Rd,c1}$ diminue lorsqu'augmente l'épaisseur de la dalle (ce qui permet d'obtenir la hauteur utile d_1 et donc la retombée r_1) :

- contour u'_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = 2 \pi \cdot r_{cont} \cdot d \cdot v_{Rd,c}$
- contour u_1 tel que : $\beta \cdot V_{Ed} = (u_0 + 4 \pi \cdot d_1) \cdot d_1 \cdot v_{Rd,c1}$

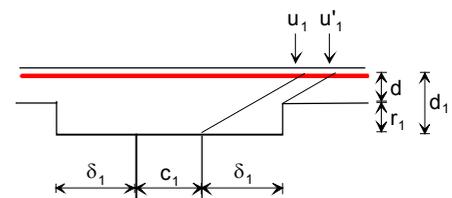


Fig. 9

Or, la hauteur utile d_1 (dalle + chapiteau) est fonction de la contrainte $v_{Rd,c1}$ qui elle-même est fonction de d_1 . On procédera donc par approches successives.

Pour simplifier, on retiendra un même débord pour les quatre faces du poteau. On trouve ainsi un débord $\delta_1 = 0,645$ m et une retombée $r_1 = 0,175$ m.

On vérifie :

- dimensions du chapiteau : $L_1 = 2\delta_1 + c_1 = 2 \times 0,645 + 0,50 = 1,79$ m et $L_2 = 2 \times 0,645 + 0,35 = 1,64$ m
- $r_{cont} = \text{Min}[0,56 \sqrt{L_1 \cdot L_2} ; 0,69 \text{Min}[L_1 ; L_2]] + 2d = \text{Min}[0,56 \times \sqrt{1,79 \times 1,64} ; 0,69 \times 1,64] + 2 \times 0,284 = 0,959$ m
- $u_1 = 2 \pi \cdot r_{cont} = 2 \times \pi \times 0,959 = 6,03$ m
- $u_1 + 4 \pi \cdot d = 6,03 + 4 \times \pi \times 0,284 = 9,605 \geq u_{out} = 9,594$ OK
- hauteur utile : $d_1 = 0,284 + 0,175 = 0,459$ m

$$- k_1 = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{0,459}} = 1,66$$

$$- \rho_1 \approx 0,00413 \times \frac{0,284}{0,459} = 0,00255 \text{ (règle de trois)}$$

$$- v_{Rd,c1} = \text{Max}\left[0,12 \times 1,66 \times (0,255 \times 30)^{1/3} ; 0,035 \times 1,66^{1,5} \times 30^{0,5}\right] = \text{Max}[0,392 ; 0,41] = 0,41 \text{ MPa}$$

- à la distance du poteau : $u'_1 = u_0 + 4 \pi \cdot d_1 = 1,70 + 4 \times \pi \times 0,459 = 7,468 \text{ m}$ et

$$v'_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d_1 \cdot u'_1} = \frac{1,392}{0,459 \times 7,468} = 0,406 < v_{Rd,c1} = 0,41 \text{ MPa OK.}$$

Choix de l'armature : épingle ou étrier, diamètre

$$A_{sw0} = \left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right) \cdot \frac{s_r}{n_t} = 59,98 \times \frac{0,196}{13} = 0,904 \text{ cm}^2 \text{ que nous obtiendrons avec un étrier HA8} = 1,01 \text{ cm}^2.$$

Soit au total $n_t \times n_r = 5 \times 3 = 65$ étriers HA8 disposés suivant la Fig. 8.

Voir la feuille de calcul Excel n° 104.

8 - Poteaux rectangulaires de rive

a) – Contours u_0 , u_1 , u_1^* et coefficient β

Suivant que le poteau est au ras de la rive de la dalle, en retrait ou en débord, on définit les contours de contrôle de référence suivant le tableau Tab. 1.

Tableau 1 – Poteaux de rive

Poteau au ras	Poteau en retrait	Poteau saillant
<p>$c_3 = c_1 / 2$</p>		<p>(ici $c_3 > 0$)</p>
$u_0 = c_2 + \text{Min}[3d ; 2c_1]$	$u_0 = c_2 + \text{Min}[3d ; 2c_1]$	$u_0 = c_2 + \text{Min}[3d ; c_1 + 2c_3]$
$u_1 = 2c_1 + c_2 + 2\pi \cdot d$	$u_1 = c_1 + c_2 + 2\pi \cdot d + 2c_3$	$u_1 = c_1 + c_2 + 2\pi \cdot d + 2c_3$
$u_1^* = c_2 + 2\pi \cdot d + \text{Min}[c_1 ; 3d]$	$u_1^* = c_2 + 2\pi \cdot d + \text{Min}[c_1 ; 3d]$	$u_1^* = c_2 + 2\pi \cdot d + \text{Min}[c_1 ; 3d] + \text{Min}[0 ; 2c_3]$
$r_{out} = \frac{u_{out} - c_1}{\pi}$	$r_{out} = \frac{u_{out} - 2c_3}{\pi}$	$r_{out} = \frac{u_{out} - 2c_3}{\pi}$
$\beta = 1,4$	- si $c_3 = 0,5 c_1 \rightarrow \beta = 1,4$ - si $c_3 \geq 0,5c_1 + 0,5c_2 + \pi \cdot d \rightarrow \beta = 1,15$ Interpolation entre ces valeurs	$\beta = 1,4$

Voir les limites d'utilisation des valeurs forfaitaires de β en 2) ci-dessus, sinon, voir en 11 ci-dessous.

Tab. 1 – Poteau de rive [1] et [3]

b – Dimensionnement et ferrailage

La longueur du contour de contrôle de référence u_{out} est issue de la même formule que pour un poteau intérieur :

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot V_{Rd,c}}$$

Le rayon du contour de contrôle r_{out} est donné dans Tab.1

Les calculs sont identiques à ceux d'un poteau intérieur en prenant les valeurs données dans Tab. 1.

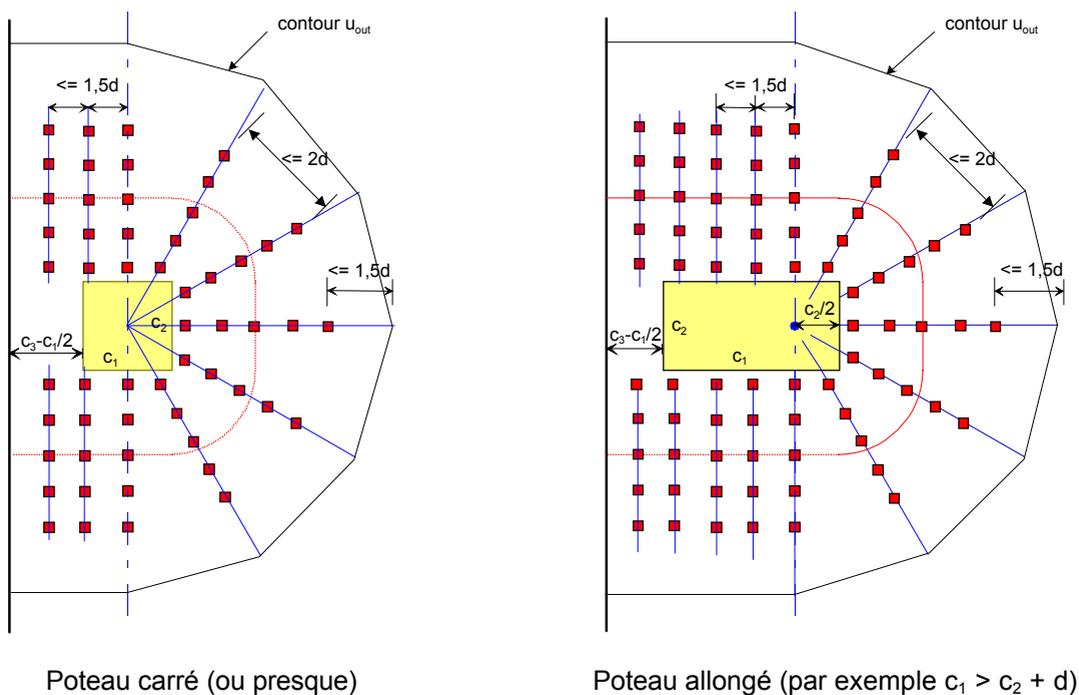
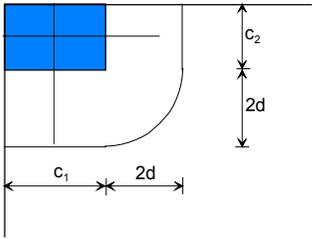
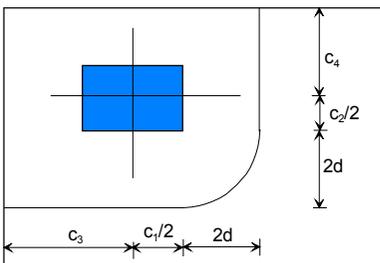
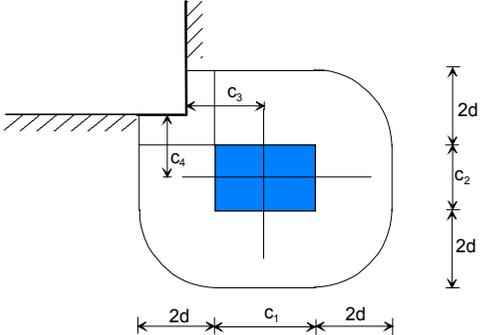


Fig. 10 – Schémas de ferrailage des poteaux de rive

9 - Poteaux rectangulaires d'angle

b) – Contours u_0 , u_1 , u_1^* et coefficient β

Suivant que le poteau est au ras de la rive de la dalle, en retrait ou en débord, on définit les contours de contrôle suivant le tableau Tab. 2.

Poteau au ras	Angle saillant	Angle rentrant
 <p>$c_3 = c_1/2$ et $c_4 = c_2/2$</p>		
$u_0 = \text{Min}[c_1 ; 1,5d]$ $+ \text{Min}[c_2 ; 1,5d]$	$u_0 = \text{Min}[c_1 ; 1,5d]$ $+ \text{Min}[c_2 ; 1,5d]$	$u_0 = c_1 + c_2$ $+ \text{Min}[c_1 ; 1,5d] + \text{Min}[c_2 ; 1,5d]$
$u_1 = c_1 + c_2 + \pi.d$	$u_1 = 0,5c_1 + 0,5c_2 + c_3 + c_4 + \pi.d$	$u_1 = 1,5c_1 + 1,5c_2 + c_3 + c_4 + 3\pi.d$
$u_1^* = \pi.d + \text{Min}[0,5c_1 ; 1,5d]$ $+ \text{Min}[0,5c_2 ; 1,5d]$	$u_1^* = \pi.d + c_3 + c_4 - 0,5c_1 - 0,5c_2$ $+ \text{Min}[0,5c_1 ; 1,5d] + \text{Min}[0,5c_2 ; 1,5d]$	$u_1^* = 3\pi.d + 0,5c_1 + 0,5c_2 + c_3 + c_4$ $+ \text{Min}[0,5c_1 ; 1,5d] + \text{Min}[0,5c_2 ; 1,5d]$
$r_{\text{out}} = \frac{u_{\text{out}} - 0,5c_1 - 0,5c_2}{0,5\pi}$	$r_{\text{out}} = \frac{u_{\text{out}} - c_3 - c_4}{0,5\pi}$	$r_{\text{out}} = \frac{u_{\text{out}} - c_3 - c_4}{1,5\pi}$
$\beta = 1,5$	$\beta = \text{Max} \left[1,4 - \frac{0,5c_3 - 0,5c_1}{c_2 + 2\pi.d} ; 1,4 - \frac{0,5c_4 - 0,5c_2}{c_1 + 2\pi.d} ; 1,5 - \frac{0,35(c_3 + c_4 - 0,5c_1 - 0,5c_2)}{c_1 + c_2 + 3\pi.d} \right]$	<p>si $c_3 \geq c_2 + \pi.d$ ou si $c_4 \geq c_1 + \pi.d$ ou si $c_3 - 0,5c_1 - 0,5c_2 + c_4 \geq \pi.d \rightarrow \beta = 1,15$ Si $c_3 = 0,5c_1$ et si $c_4 = 0,5c_2 \rightarrow \beta = 1,275$ Interpolation entre ces valeurs</p>

Voir les limites d'utilisation des valeurs forfaitaires de β en 2) ci-dessus, sinon, voir en 11 ci-dessous..

Tab. 2 – Poteau d'angle [1] et [3]

b – Dimensionnement et ferrailage

La longueur du contour de contrôle u_{out} est issue de la même formule que pour un poteau intérieur :

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{d \cdot V_{Rd,c}}$$

Le rayon du contour de contrôle r_{out} est donné dans Tab.2

Les calculs sont identiques à ceux d'un poteau intérieur en prenant les valeurs données dans le tableau Tab. 2.

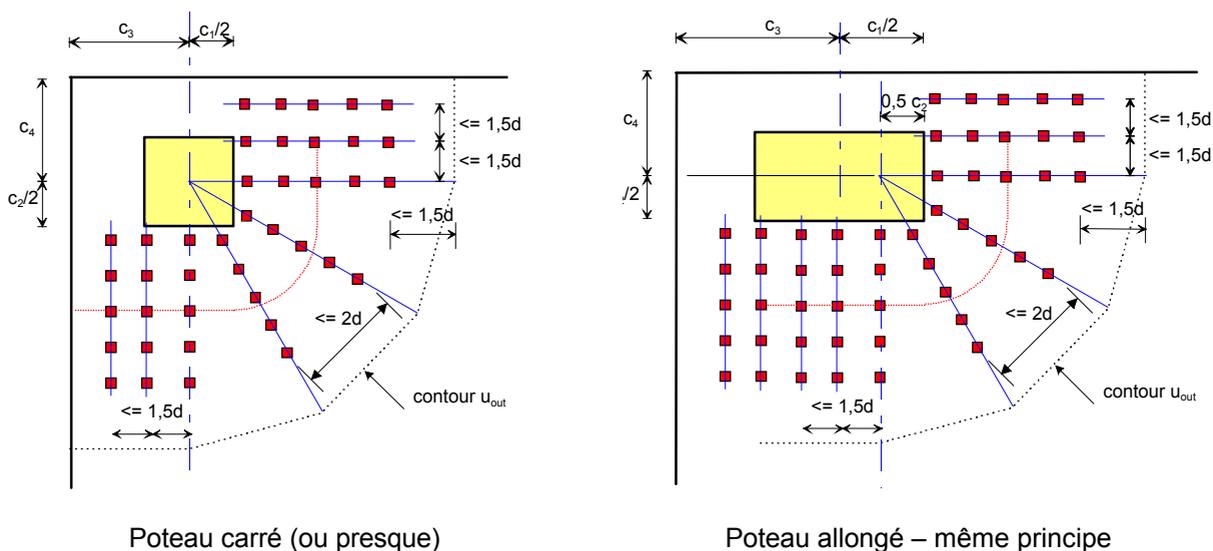


Fig. 11 – Schémas de ferrailage des poteaux d'angle

10 – Ouvertures dans la dalle

Pour les ouvertures situées à moins de $6d$ du nu du poteau, on neutralise un secteur défini sur la Fig. 12

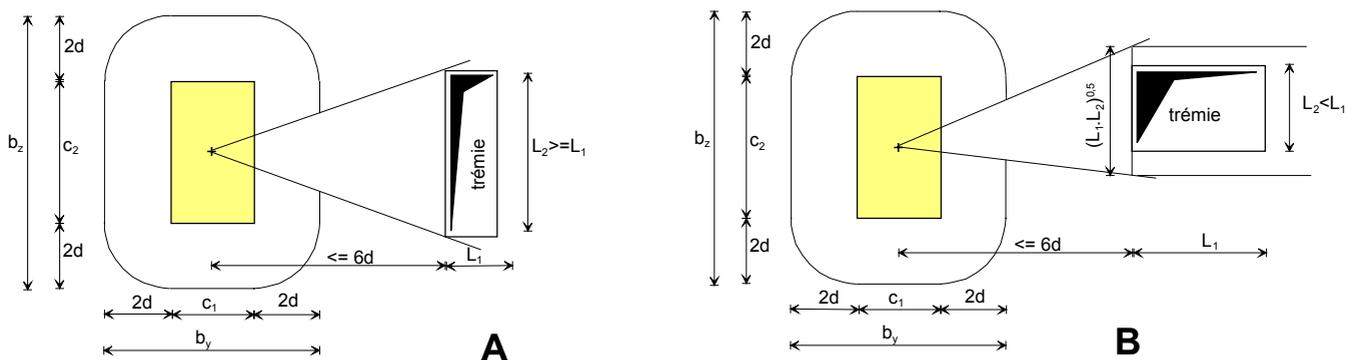


Fig. 12 – Ouverture et neutralisation du contour de contrôle u_1

Dans le cas où L_1 est supérieur à L_2 , la hauteur de trémie à prendre en compte est $> L_2$ (Fig. 12B). Il en est de même pour les contours u_0 et u_{out} .

11 – Calcul du coefficient β de majoration de l'effort de poinçonnement V_{Ed}

L'annexe I-1 de l'Eurocode 2 propose quatre méthodes de calcul des planchers-dalles dont :

- a) la méthode du portique équivalent,

b) la méthode du réseau de poutres.

Dans le cas a) les moments d'encastrement la dalle dans les poteaux sont connus et peuvent être utilisés directement dans les formules de l'EC2 permettant de calculer β .

Dans le cas b), les moments d'encastrement de la dalle dans les poteaux ne sont pas pris en compte et sont donc non connus.

11-1 - Calcul des rotations des nœuds poteaux-dalle

On suppose que les poteaux supérieurs et inférieurs sont articulés à une certaine hauteur : en extrémité ou à mi-hauteur ou à une position intermédiaire à choisir par le projeteur suivant les conditions d'encastrement total, partiel ou nul à l'autre extrémité.

On obtient les valeurs maximales des efforts de poinçonnement en un nœud en chargeant les deux travées adjacentes du nœud (appui de la dalle). On ne commet pas une grande erreur en prenant la combinaison des chargements de toutes les travées avec $p = 1,35 g + 1,5 q$.⁴

Par la méthode des rotations, pour n appuis, on a un système de n équations à n inconnues qui sont les n rotations sur appuis ω_i . [8]

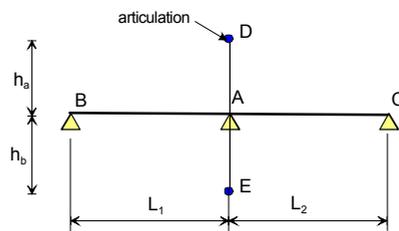


Fig. 13 - Calcul des rotations

$$\left(\frac{4E.I}{L_1} + \frac{4E.I}{L_2} + \frac{3E.I_a}{h_a} + \frac{3E.I_b}{h_b} \right) \omega_A + 0,5 \frac{4E.I}{L_1} \cdot \omega_B + 0,5 \frac{4E.I}{L_2} \cdot \omega_C = - \frac{p_2 \cdot L_2^2}{12} + \frac{p_1 \cdot L_1^2}{12}$$

Les moments d'encastrement des poteaux dans la dalle sont donnés par : $M_{Ed} = 3E \cdot \omega_i \cdot \left[\frac{I_a}{h_a} + \frac{I_b}{h_b} \right]$

Connaissant les moments d'encastrement des poteaux dans la dalle on en déduit la valeur du coefficient β multiplicateur de la charge (voir en 11-2C ci-dessous)

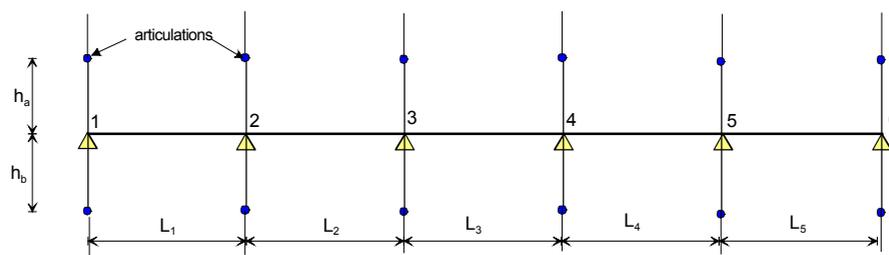


Fig. 14 - Coupe verticale de la dalle avec ses poteaux supérieurs et inférieurs.

11-2 – Détermination de β

L'Eurocode 2 propose trois méthodes de détermination des coefficients β .

a) Des valeurs forfaitaires utilisables que dans le cas où la dalle ne participe pas au contreventement de la structure et où les longueurs de deux travées adjacentes diffèrent pas plus de 20 % :

⁴ En toute rigueur, il faudrait étudier les cas de charges :
 - travées impaires chargées,
 - travées paires chargées
 - couples de deux travées consécutives chargées

$\beta = 1,15$ pour les poteaux intérieurs, $\beta = 1,4$ pour les poteaux de rive et $\beta = 1,5$ pour les poteaux d'angle.

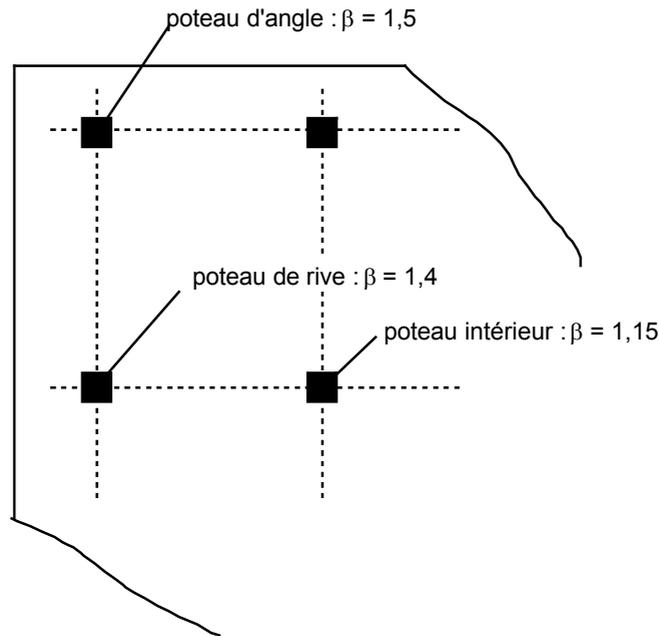


Fig.15 – Valeurs forfaitaires pour β

b) Des formules simplifiées : les expressions 6.43 pour les poteaux intérieurs, 6.44 pour les poteaux de rive et 6.46 pour les poteaux d'angle.

Voir Tableau 3 ci-après.

c) **une formule générale** 6.39 qui ne prend en compte le moment que dans une seule direction.

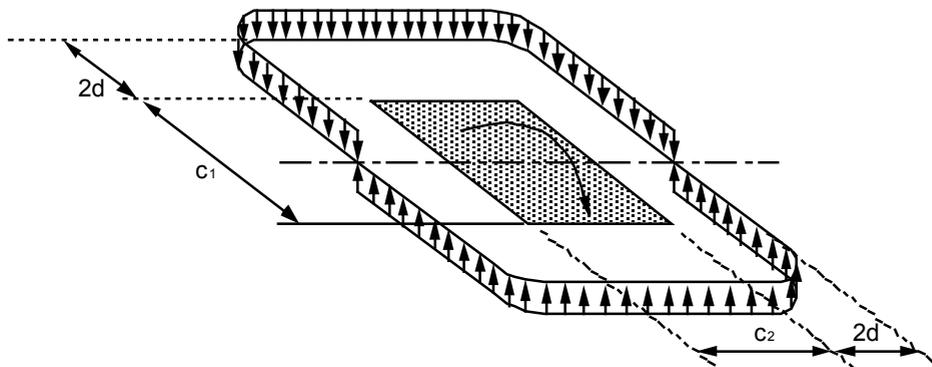


Fig.16 – Répartition des contraintes de cisaillement dues à un moment non équilibré sur poteau intérieur

Nous proposons de généraliser l'expression 6.39 au cas de moments dans les deux directions par combinaison vectorielle des moments, à l'instar de l'expression 6.43 qui prend en compte les excentricités ($e = M_{Ed}/V_{Ed}$) dans les deux directions.

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (6.39)$$

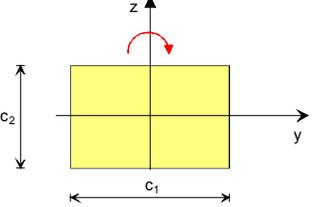
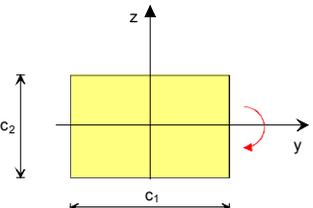
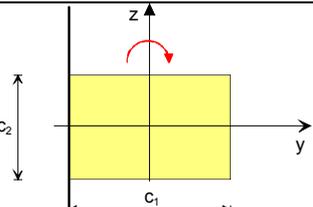
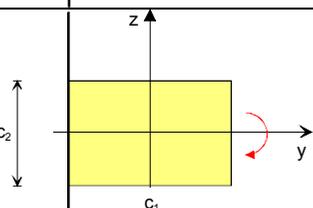
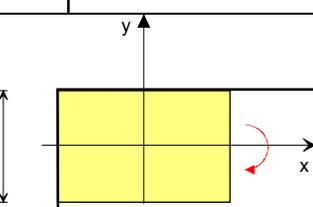
à remplacer par :

$$\beta = 1 + \sqrt{\left(k_y \cdot \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_{1,y}} \right)^2 + \left(k_z \cdot \frac{M_{Ed,z}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_{1,z}} \right)^2} \quad (6.39bis)$$

Le paramètre W_1 pour les différents cas de figure est donné dans l'annexe B.

Voir feuille de calcul Excel N° 130

Tableau 3 – Formules approchées (à l'exception de 6.39) de calcul de β

Poteau intérieur		<p>Éq. 6.39</p> $\beta = 1 + k \cdot e_z \cdot \frac{u_1}{W_1}$ <p>avec $e_z = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}}$</p>	$u_1 = 2c_1 + 2c_2 + 4\pi \cdot d$ <p>Pour W_1, voir Annexe B</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>c_1/c_2</th> <th>$\leq 0,5$</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>≥ 3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>k</td> <td>0,45</td> <td>0,6</td> <td>0,7</td> <td>0,8</td> </tr> </tbody> </table>	c_1/c_2	$\leq 0,5$	1	2	≥ 3	k	0,45	0,6	0,7	0,8
	c_1/c_2	$\leq 0,5$	1	2	≥ 3								
k	0,45	0,6	0,7	0,8									
	<p>Éq. 6.43</p> $\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$	<p>e_y résulte d'un moment autour de l'axe z e_z résulte d'un moment autour de l'axe y</p>											
Poteau de rive		<p>Éq. 6.44</p> $\beta = \frac{u_1}{u_1^*}$	$u_1 = 2c_1 + c_2 + 2\pi \cdot d$ $u_1^* = \text{Min}[c_1 ; 3d] + c_2 + 2\pi \cdot d$										
		<p>Éq. 6.44</p> $\beta = \frac{u_1}{u_1^*} + k \cdot \frac{u_1}{W_1} \cdot e_z$	$u_1 = 2c_1 + c_2 + 2\pi \cdot d$ $u_1^* = \text{Min}[c_1 ; 3d] + c_2 + 2\pi \cdot d$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>$c_1/(2c_2)$</th> <th>$\leq 0,5$</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>≥ 3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>k</td> <td>0,45</td> <td>0,6</td> <td>0,7</td> <td>0,8</td> </tr> </tbody> </table>	$c_1/(2c_2)$	$\leq 0,5$	1	2	≥ 3	k	0,45	0,6	0,7	0,8
$c_1/(2c_2)$	$\leq 0,5$	1	2	≥ 3									
k	0,45	0,6	0,7	0,8									
Poteau d'angle		<p>Éq. 6.46</p> $\beta = \frac{u_1}{u_1^*}$	$u_1 = c_1 + c_2 + \pi \cdot d$ $u_1^* = \text{Min}[c_1 ; 3d] + \text{Min}[c_2 ; 3d] + \pi \cdot d$										

12 – Poteaux circulaires

La méthode et les formule de calcul sont les mêmes que pour un poteau rectangulaire à l'exception des dispositions suivantes.

c diamètre du poteau circulaire

d hauteur utile

c_3 et c_4 débords du bord de dalle par rapport au centre du poteau

Fig. 17 – Dimensions et position d'un poteau circulaire

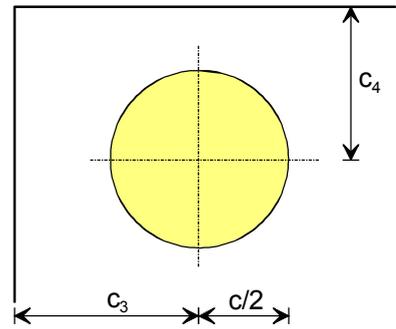


Fig. 17 – Poteau circulaire

Tableau 4 – Contours des poteaux circulaires

Poteau	Contour du poteau	Contour de contrôle de référence	Contour de chapiteau	Contour u_1^*	u_{out}	W_1
intérieur	$u_0 = \pi.c$	$u_1 = \pi.(c + 4d)$	$r_{cont} = 2d + 0,5c + L_H$ $r_{cont,int} = 2(d + h_H) + 0,5c$	-	$u_{out} = \pi.(c + 4d)$	$W_1 = 4r^2 = c^2 + 16d^2 + 8c.d$
de rive Nord ou Sud	$u_0 = \frac{\pi.c}{2} + 2c_4$	$u_1 = 0,5\pi.(c + 4d)$ $+ \text{Min}[0,5\pi.(c + 4d); 2c_4]$		$u_1^* = \frac{\pi.c}{2}$	$u_{out} = \frac{\pi.c}{2} + 2\pi.d + 2c_4$	Voir annexe B
de rive Ouest ou Est	$u_0 = \frac{\pi.c}{2} + 2c_3$	$u_1 = 0,5\pi.(c + 4d)$ $+ \text{Min}[0,5\pi.(c + 4d); 2c_3]$		$u_1^* = \frac{\pi.c}{2}$	$u_{out} = \frac{\pi.c}{2} + 2\pi.d + 2c_3$	Voir annexe B
d'angle	$u_0 = \frac{\pi.c}{4} + 2c_3 + 2c_4$	$u_1 = 0,25\pi.(c + 4d)$ $+ \text{Min}[0,5\pi.(c + 4d); 2c_3]$ $+ \text{Min}[0,5\pi.(c + 4d); 2c_4]$		$u_1^* = \frac{\pi.c}{4}$	$u_{out} = \frac{\pi.c}{4} + \pi.d + 2c_3 + 2c_4$	Voir annexe B

Formule approchée : $\beta = 1 + 0,6\pi \cdot \frac{e}{c + 4d}$

13 - Exemple de poteau d'angle avec trémie

Données

$$c_1 = c_2 = 0,30 \text{ m}$$

$$c_3 = c_4 = 0,50 \text{ m}$$

$$d = 0,284 \text{ m}$$

$$V_{Ed} = 0,34 \text{ MN}$$

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

$$\gamma_C = 1,5 \text{ et } \gamma_S = 1,15$$

$\rho_l = 0,4 \%$ d'armatures longitudinales dans chaque direction

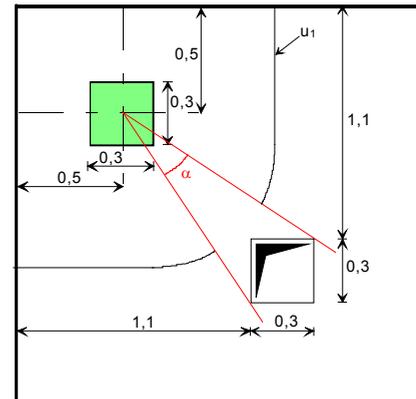


Fig. 18 – Exemple de poteau d'angle

Présence d'une trémie

Dans notre exemple, l'angle "d'ombre" de la trémie peut être calculé par : $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{0,3\sqrt{2}/2}{0,75\sqrt{2}} = 0,2$

D'où $\alpha = 22,6^\circ = 0,395 \text{ rd}$

Longueur du contour du poteau situé dans le cône d'ombre : $2 \times \frac{0,3}{2} \times \left(1 - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 0,10 \text{ m}$

Contour u_0 au nu du poteau : $u_0 = \text{Min}[c_1 + c_2 ; 3d] - 0,10 = 0,50 \text{ m}$

Contour de contrôle de référence à $2d$: estimation de la zone d'ombre d'après dessin : $0,34 \text{ m}$

$$u_1 = 0,5c_1 + 0,5c_2 + c_3 + c_4 + \pi \cdot d - 0,34 = 1,852 \text{ m}$$

L'EC2 donne une formule de calcul approchée du coefficient de majoration : $\beta = \frac{u_1^*}{u_1}$ pour le cas de

poteau d'angle sans débord du poteau, mais pas pour le cas de débord comme dans cet exemple.

$$u_1^* = \pi \cdot d + c_3 + c_4 - 0,5c_1 - 0,5c_2 + \text{Min}[0,5c_1 \quad 1,5d] + \text{Min}[0,5c_2 \quad 1,5d] - 0,34$$

$$u_1^* = \pi \times 0,284 + 0,5 + 0,5 - 0,25 - 0,25 + \text{Min}[0,25 \quad 0,426] + \text{Min}[0,25 \quad 0,426] - 0,34 = 1,552 \text{ m}$$

Le rapport $\beta = \frac{u_1^*}{u_1}$ vaut $1,193 < 1,5$, valeur forfaitaire pour un poteau d'angle.

D'où $\beta \cdot V_{Ed} = 1,193 \times 0,34 = 0,406 \text{ MN}$

Contraintes limites

$$v_{Rd,max} = 0,4 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,4 \times 0,6 \times \left(1 - \frac{30}{250}\right) \times \frac{30}{1,5} = 4,22 \text{ MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{0,284}} = 1,839 < 2$$

$$v_{Rd,c} = \text{Max}\left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} ; 0,035 k^{1,5} \cdot f_{ck}^{0,5}\right]$$

$$v_{Rd,c} = \text{Max}\left[\frac{0,18}{1,5} \times 1,839 \times (100 \times 0,004 \times 30)^{1/3} ; 0,035 \times 1,839^{1,5} \times 30^{0,5}\right] = 0,505 \text{ MPa}$$

Vérifications des contraintes

$$v_0 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot d} = \frac{0,406}{0,50 \times 0,284} = 2,86 < 4,22 \text{ MPa OK}$$

$$v_1 = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = \frac{0,406}{1,552 \times 0,284} = 0,92 > 0,505 \text{ MPa : la dalle doit être armée ou avoir un chapiteau.}$$

Contrainte de calcul de l'acier : $f_{ywd,ef} = \text{Min}[250(1+d) ; f_{yd}] = \text{Min}[250 \times (1+0,284) ; 435] = 321 \text{ MPa}$

Armatures :

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(v_1 - 0,75 v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 f_{ywd,ef}} = \frac{(0,92 - 0,75 \times 0,505) \times 1,552 \times 10^4}{1,5 \times 321} = 17,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Sur un périmètre au-delà duquel les armatures de poinçonnement ne sont plus nécessaires :

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = \frac{0,406}{0,505 \times 0,284} = 2,83 \text{ m}$$

qui correspond à un développé selon un quart de cercle + deux segments droits – la zone d'ombre

$$u_{out} = c_3 + c_4 + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot r_{out} = 1,0 - r_{out} \times (1,571 - 0,395) = 2,83 \text{ m d'où}$$

$$r_{out} = \frac{u_{out} - c_3 - c_4}{1,571 - 0,395} = \frac{2,83 - 1,00}{1,176} = 1,556 \text{ m}$$

Rayon du dernier cours d'armatures : $r = r_{out} - 1,5d = 1,130 \text{ m}$

$$\text{Nombre d'espacement des cours d'armatures : } n = \frac{r_{out} - 2d - c_1/2}{0,75d} + 1 = \frac{1,556 - 0,568 - 0,15}{0,213} + 1 = 4,93$$

$$\text{soit 5 cours et } s_r = \frac{r_{out} - 2d - c_1/2}{n - 1} = \frac{1,556 - 0,568 - 0,15}{4} = 0,210 = 0,738d < 0,75d \text{ OK}$$

Nombre d'espaces pour chacun des deux secteurs du quart de cercle :

$$\frac{0,5 \times \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) r}{2d} = \frac{0,5 \times (1,571 - 0,395) \times 1,130}{2 \times 0,284} = 1,17$$

arrondi à 2 espaces, soit 3 rayons

Nombre de rayons : $n_r = (2 + 2) \times 2 = 8$

Nombre d'armatures : $8 \times 5 = 40$

On vérifie bien que l'on a un espacement inférieur à $1,5d$ pour les deux cours d'armatures situés dans le périmètre de contrôle u_1 .

Nature de l'armature

$$A_{sw0} = \left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right) \cdot \frac{s_r}{n} = \frac{17,48 \times 0,210}{5} = 0,734 \text{ cm}^2$$

soit 40 étriers HA 8 = $1,01 \text{ cm}^2$.

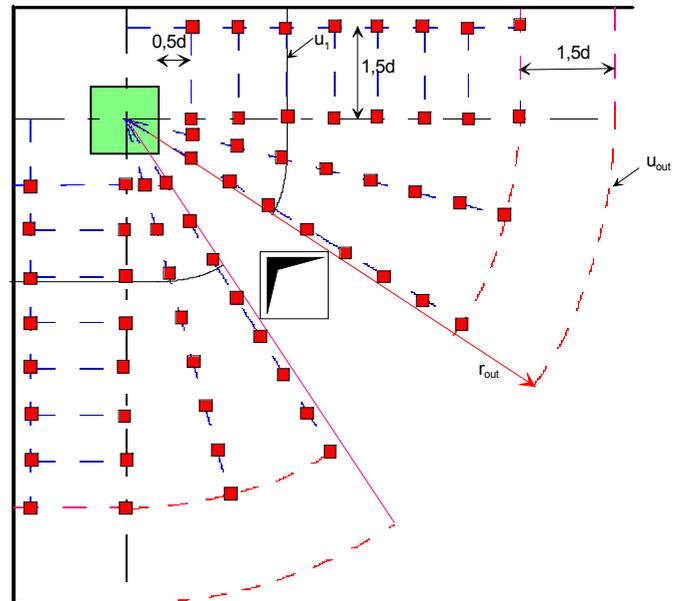


Fig. 19 – Ferrailage d'un poteau d'angle avec trémie

ANNEXE A

Coefficient de majoration μ des réactions d'appui des planchers-dalles sur les appuis voisins des appuis de rive

Les efforts de poinçonnement correspondent aux réactions d'appui de la dalle sur les poteaux. Comme la dalle est calculée en continuité, il convient de tenir compte de la réaction hyperstatique de continuité. Pour les poutres, par simplification, il est admis de prendre la charge isostatique majorée forfaitairement par un coefficient. A l'article § 5.1.3 (1)P NOTE, les Recommandations professionnelles ont repris les valeurs du BAEL : coefficient 1,10 pour les appuis voisins de rive des dalles de plus de deux travées et 1,15 pour les poutres de deux travées.

Pour un plancher à poutres croisées, le poteau voisin de rive dans les deux directions ne reçoit pas $1,1 \times 1,1 = 1,21$ fois la charge isostatique, mais il reprend les charges apportées par la poutre dans une direction avec un coefficient 1,10 et les charges apportées par la poutre dans l'autre direction avec un coefficient 1,10, soit un coefficient 1,10 pour la totalité des charges.

Pour un appui voisin de rive dans une seule direction, on appliquera une majoration sur les charges dans une direction et pas dans l'autre. Le coefficient final sera inférieur à 1,10 (1,05 dans le cas d'une maille carrée régulière).

Soit μ le coefficient de continuité retenu pour l'appui voisin de l'appui de rive d'une poutre continue, par exemple : $\mu = 1,10$ pour plus de deux travées.

Soit β le coefficient de majoration de l'art. 6.4.3 (6) de l'Eurocode 2-1-1 pour tenir compte de l'excentrement des charges (moment transmis par la poutre au poteau, même s'il n'est pas pris en compte dans les calculs).

La maille est de longueur L et de largeur ℓ .

En A, appuis voisins d'appuis de rive dans les deux directions :

$$V_{Ed} = \beta \cdot \mu \cdot p \cdot L \cdot \ell$$

En B, appui voisin de l'appui de rive dans une seule direction avec $\ell \leq L$ (sens N-S), la zone verte est reprise par la grande portée, la zone rouge par la petite.

$$V_{Ed} = \beta \cdot p \cdot \left[\mu \cdot \frac{\ell^2}{2} + \left(L \cdot \ell - \frac{\ell^2}{2} \right) \right]$$

En C, appui voisin de l'appui de rive dans une seule direction avec $\ell \leq L$ (sens E-W) :

$$V_{Ed} = \beta \cdot p \cdot \left[\frac{\ell^2}{2} + \mu \cdot \left(L \cdot \ell - \frac{\ell^2}{2} \right) \right]$$

Ailleurs : $V_{Ed} = \beta \cdot p \cdot L \cdot \ell$

p = charge répartie uniforme sur la surface $L \cdot \ell$.

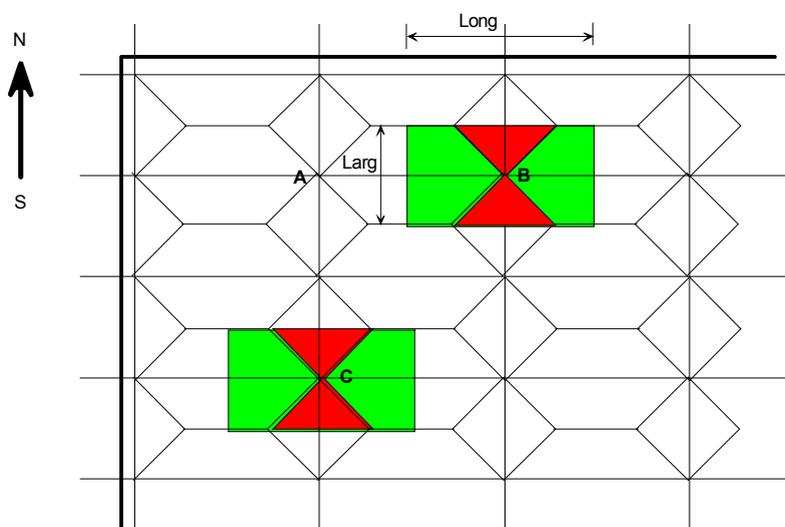


Fig. A-1 – Attribution des charges selon les lignes d'appui

ANNEXE B – CALCUL DE W_1

D'après § 6.4.3 (3) de l'Eurocode 2 : $W_1 = \int_{u_1} |e| \cdot ds$

ds longueur élémentaire du contour de contrôle de référence u_1
 e distance de ds à l'axe autour duquel le moment M_{Ed} agit

1 – Poteau rectangulaire intérieur

Moment autour de l'axe Oz

De A à B : $e = OA = 0,5c_1 + 2d$ et $s = 0,5c_2$

$$W_1 = 4 \left(\frac{c_1 \cdot c_2}{4} + c_2 \cdot d \right) = c_1 \cdot c_2 + 4 d \cdot c_2$$

De B à C : $e = \frac{c_1}{2} + 2d \cdot \cos \varphi$ et $ds = 2d \cdot d\varphi$

$$W_1 = 4 \int_0^{\pi/2} (0,5c_1 + 2d \cdot \cos \varphi) 2d \cdot d\varphi$$

$$W_1 = 4 \left[c_1 \cdot \varphi + 4d^2 \cdot \sin \varphi \right]_0^{\pi/2} = 2\pi \cdot d \cdot c_1 + 16d^2$$

De C à D : $W_1 = 4 \int_0^{0,5c_1} x \cdot dx = \frac{c_1^2}{2}$

$$\text{D'où } W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 d \cdot c_2 + 16 d^2 + 2 \pi \cdot d \cdot c_1$$

On retrouve bien l'expression (6.41) de l'EC2.

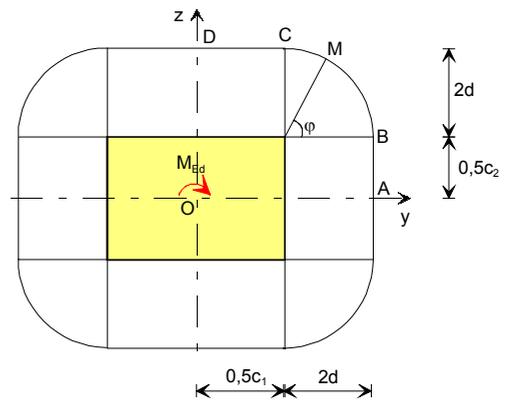


Fig. B.1 – Poteau intérieur

Moment autour de l'axe Oy

Par symétrie par rapport à la 1^{re} bissectrice, on permute c_1 et c_2 .

$$W_1 = \frac{c_2^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 d \cdot c_1 + 16 d^2 + 2 \pi \cdot d \cdot c_2$$

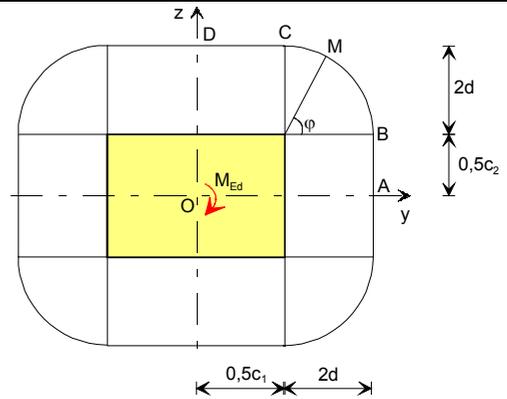


Fig. B.1bis – Poteau intérieur

2 – Poteau rectangulaire de rive Ouest avec débord de la dalle

Moment autour de l'axe Oz

De A à B : $W_1 = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_2$ (la moitié du cas précédent)

De B à C : $W_1 = \pi \cdot d \cdot c_1 + 8d^2$ (d°)

De C à D : $W_1 = \frac{c_1^2}{4}$ (d°)

De D à E : $W_1 = c_3^2$

D'où $W_1 = c_3^2 + \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_2 + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1$

Pour un bord de dalle au ras du poteau : $c_3 = 0,5 c_1$, d'où :

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_2 + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1$$

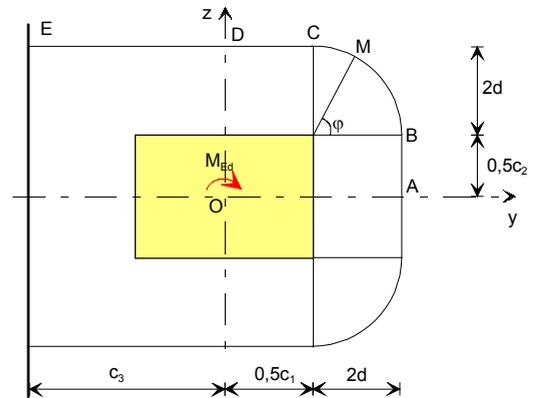


Fig. B.2 – Poteau de rive

Moment autour de l'axe Oy

De A à B : $W_1 = 2 \int_0^{0,5c_2} z \cdot dz = \frac{c_2^2}{4}$

De B à C : $W_1 = \pi \cdot d \cdot c_2 + 8d^2$ (par permutation de c_1 et c_2)

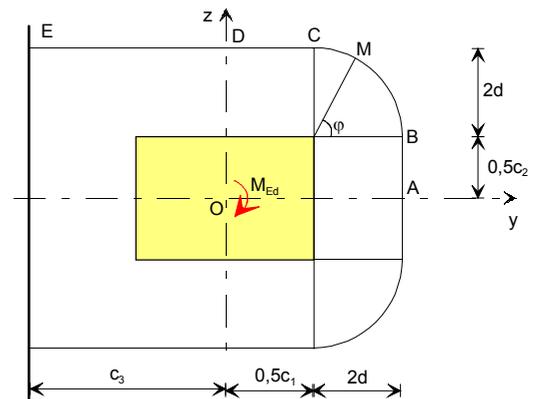
De C à E : $e = c_2/2 + 2d$ et $s = 0,5 c_1 + c_3$

$W_1 = 2 \left(\frac{c_2}{2} + 2d \right) \cdot (0,5c_1 + c_3) = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + c_2 \cdot c_3 + 2d \cdot c_1 + 4d \cdot c_3$

D'où $W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_2 \cdot c_3 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_1 + 4d \cdot c_3 + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2$

Pour un bord de dalle au ras du poteau : $c_3 = 0,5 c_1$, d'où :

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4d \cdot c_1 + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2$$



B.2bis – Poteau de rive

On retrouve bien l'expression (6.45) de l'EC2.

3 – Poteau rectangulaire d'angle avec débord de dalle des deux côtés

Moment autour de l'axe Oz

De A à B :

$$W_1 = \left(c_4 + \frac{c_2}{2} \right) \left(\frac{c_1}{2} + 2d \right) = \frac{c_1 \cdot c_4}{2} + 2d \cdot c_4 + \frac{c_1 \cdot c_2}{4} + d \cdot c_2$$

De B à C : $W_1 = \frac{\pi \cdot d \cdot c_1}{2} + 4d^2$

De C à D : $W_1 = \frac{c_1^2}{8}$

De D à E : $W_1 = \frac{c_3^2}{2}$

D'où

$$W_1 = \frac{c_3^2}{2} + \frac{c_1^2}{8} + \frac{c_1 \cdot c_4}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{4} + d \cdot c_2 + 2d \cdot c_4 + 4d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_1}{2}$$

Pour un bord de dalle au ras du poteau : $c_3 = 0,5 c_1$ et $c_4 = 0,5c_2$ d'où :

$$W_1 = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_2 + 4d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_1}{2}$$

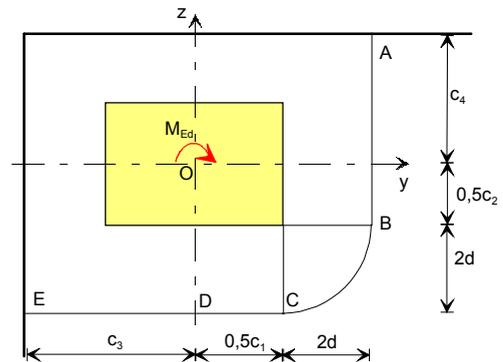


Fig. B.3 – Poteau de rive

Moment autour de l'axe Oy

Par permutation du cas précédent de c_1 avec c_2 et c_3 avec c_4

D'où

$$W_1 = \frac{c_4^2}{2} + \frac{c_2^2}{8} + \frac{c_2 \cdot c_3}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{4} + d \cdot c_1 + 2d \cdot c_3 + 4d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_2}{2}$$

Pour un bord de dalle au ras du poteau :

$c_3 = 0,5 c_1$ et $c_4 = 0,5c_2$ d'où :

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2d \cdot c_1 + 4d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_2}{2}$$

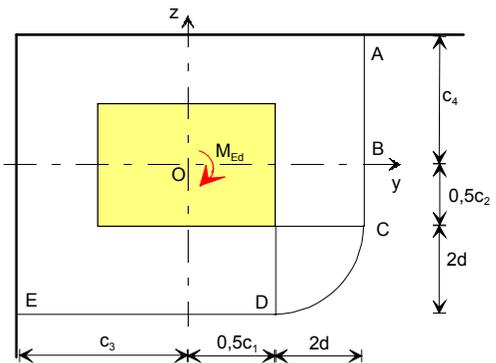


Fig. B.3bis – Poteau de rive

4– Poteau circulaire intérieur

Moment autour de n'importe quel axe

$$ds = r.d\varphi$$

$$\text{avec } r = 0,5c + 2d$$

$$\text{et } e = r.\cos\varphi$$

$$W_1 = 4 \int_0^{\pi/2} e.ds = 4 \int_0^{\pi/2} r^2.\cos\varphi.d\varphi$$

$$W_1 = 4r^2 = c^2 + 16d^2 + 8c.d$$

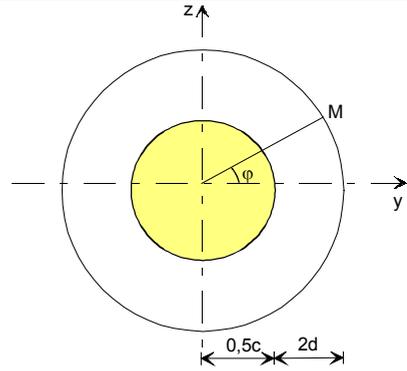


Fig. B.4 – Poteau intérieur

5– Poteau circulaire de rive avec débord de dalle

Pour un moment autour de l'axe Oz

$$\text{De A à B : } W_1 = 2r^2 = \frac{c^2}{2} + 8d^2 + 4d.c$$

$$\text{De B à C : } W_1 = 2.\frac{c_3^2}{2} = c_3^2$$

$$\text{D'où } W_1 = c_3^2 + \frac{c^2}{2} + 8d^2 + 4d.c$$

Pour un moment autour de l'axe Oy

$$\text{De A à B : } W_1 = 2r^2 = \frac{c^2}{2} + 8d^2 + 4d.c$$

$$\text{De B à C : } W_1 = 2\left(\frac{c}{2} + 2d\right).c_3 = c.c_3 + 4d.c_3$$

$$\text{D'où } W_1 = \frac{c^2}{2} + c.c_3 + 4d.c + 4d.c_3 + 8d^2$$

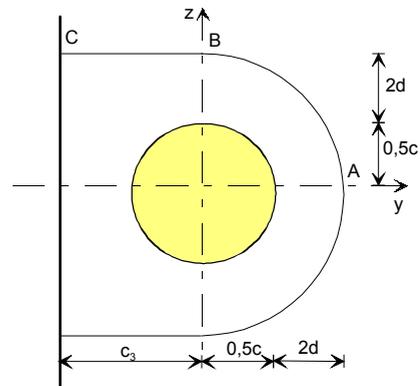


Fig. B.5 – Poteau de rive avec débord

6– Poteau circulaire d'angle avec débord de dalle sur les deux côtés

Pour un moment autour de l'axe Oz

$$\text{De A à B : } W_1 = c_4.\left(\frac{c}{2} + 2d\right) = \frac{c.c_4}{2} + 2d.c_4$$

$$\text{De B à C : } W_1 = r^2 = \frac{c^2}{4} + 4d^2 + 2d.c$$

$$\text{De C à D : } W_1 = \frac{c_3^2}{2}$$

$$\text{D'où } W_1 = \frac{c^2}{2} + \frac{c_3^2}{2} + \frac{c.c_4}{2} + 4d^2 + 2d.c + 2d.c_4$$

Pour un moment autour de l'axe Oy

On permute c_3 et c_4 .

$$\text{D'où } W_1 = \frac{c^2}{2} + \frac{c_4^2}{2} + \frac{c.c_3}{2} + 4d^2 + 2d.c + 2d.c_3$$

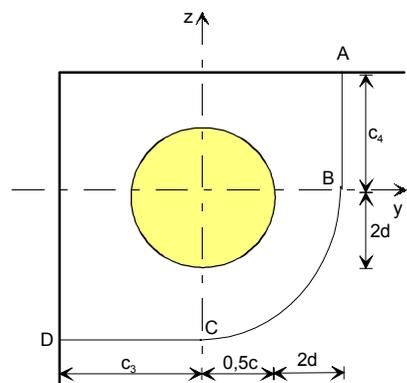


Fig. B.6 – Poteau d'angle avec débord

Bibliographie

- [1] Norme NF EN 1992-1-1 – octobre 2005 – Eurocode 2 – Calcul des structures en béton – Partie 1-1 – Règles générales et règles pour le bâtiment. Et son annexe nationale NF EN 1992-1-1/NA – mars 2007.
- [2] Recommandations professionnelles pour l'application de la norme NF EN 1992-1-1 et de son annexe nationale – Eurocode 2, partie 1-1, relatives au calcul des structures en béton – mars 2007 – Éditions SEBTP – 32 p.
- [3] La précontrainte dans le bâtiment – Les nouvelles règles de calcul – février 2001 – Éditions SEBTP – 72 p. Disponible sur www.egfbtp.com, rubrique documentation technique et économique, Eurocode 2
- [4] Design Manual to EC2 – LinkstudPSR – BS EN 1992-1-1: 2004, version 3, march 2011, disponible par "linkstudPSR manual EC2" sur Google – 39 p.
- [5] Le Projet de béton armé – H. Thonier – Éditions SEBTP – 2011 – 263 p.
- [6] L'Eurocode 2 pratique – H. Thonier – Presses des ponts – 2009 – 581 p., disponible par "précontrainte dans le bâtiment" sur Google – 39 p.
- [7] Feuilles de calcul Excel - www.egfbtp.com, rubrique documentation technique et économique, Eurocode 2
- [8] Résistance des matériaux – Cours de l'École nationale des ponts et chaussées – Tome 2 - Jean Courbon – Dunod – 1971 – 862 p.